

УДК 532.546

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА РЕЗУЛЬТАТОВ ЛАБОРАТОРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

© 2022 г. Н. А. Барышников^{1*}, Е. В. Зенченко¹, С.Б. Турунтаев^{1,2}¹Институт динамики геосфер имени академика М. А. Садовского РАН, Москва, Россия²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: nabarysh@gmail.com

Многие исследователи отмечают нелинейность фильтрационных свойств плотных горных пород. Это проявляется в виде снижения эффективной проницаемости при уменьшении скорости потока жидкости. Для слабопроницаемых пород оценка проницаемости коллектора без учета нелинейности течения может привести к значительным ошибкам. Учет нелинейности потока может также понизить оценку продуктивности пласта и привести к переоценке проявлений стационарных нефтяных зон. Традиционные методы исследования течений флюидов в пористых породах плохо подходят для изучения их проницаемости при приближении к нулевым скоростям потока. Ранее нами была описана методика лабораторных испытаний нелинейных фильтрационных свойств образцов низкопроницаемой горной породы, основанная на измерении расхода жидкости при медленном спаде градиента порового давления. Особенность описанной методики состоит в том, что расход жидкости измеряется путём её непрерывного взвешивания. Данный способ измерения позволяет исследовать очень медленные потоки, но при этом требует применения особого подхода к вычислению расхода по данным об изменении массы. Одним из таких подходов является метод регуляризации квадратичного отклонения (*Total-Variation Regularization*), часто применяемый в задачах фильтрации шумов на изображениях. Мы исследовали возможность применения этого метода для анализа результатов измерения бесконечно малых расходов по показаниям об изменении накопленной массы жидкости. В результате было показано, что данный метод обладает рядом преимуществ, и в сочетании с предложенной модификацией функционала качества позволяет обрабатывать существенно нерегулярные данные. Предлагаемый нами метод может быть использован в исследовательской работе для более точной оценки проницаемости плотных горных пород, фильтрационные свойства которых могут быть существенно нелинейны.

Ключевые слова: Закон Дарси, проницаемость, нелинейность, регуляризация, лабораторное исследование, машинное обучение.

Для цитирования: Барышников Н.А., Зенченко Е.В., Турунтаев С.Б. Применение метода регуляризации квадратичного отклонения для анализа результатов лабораторных исследований нелинейных фильтрационных потоков // Динамические процессы в геосферах, 2022, т. 14. № 1, С. 85–92. http://doi.org/10.26006/22228535_2022_14_1_85.

Введение

При моделировании движения жидкости и газа в пористых средах как правило используется закон Дарси, постулирующий, что скорость фильтрации жидкости U линейно зависит от градиента порового давления P :

$$U = \frac{k}{\eta} |\text{grad}P|$$

где k – проницаемость среды, η – вязкость жидкости. Подобное линейное приближение широко используется в различных областях науки и инженерных приложениях. Однако у данного приближения существуют ограничения, связанные с его верхней и нижней границей применимости. Отклонения от

закона Дарси принято разделять на Пост-Дарси (*Post-Darcy*) течения в области высоких скоростей потока и Пре-Дарси (*Pre-Darcy*) течения в области низких скоростей [Farmani и др., 2018]. Потоки в подземных флюидодинамических процессах как правило заведомо далеки от верхней границы применимости линейного приближения из-за достаточно низкой проницаемости горных пород. Фактически скорости потока могут меняться от нуля (например, в застойных зонах нефтяного коллектора) до некоторой величины, определяемой фильтрационными свойствами породы и вязкостью флюида. В связи с этим встаёт необходимость изучения пре-дарсианских режимов течения на нижней границе применимости линейного закона Дарси.

Для низкопроницаемых горных пород моделирование флюидодинамических процессов без учёта нелинейности течения может привести к значительным ошибкам. Так в области нефтедобычи учёт нелинейности потока может понизить оценку продуктивности пласта или привести к переоценке проявлений застойных нефтяных зон. Кроме того, учёт нелинейности течения может существенно сказаться на результатах исследований проницаемости горной породы.

При проведении лабораторных измерений проницаемости, как правило, используют стационарные потоки с расходами не более 1 мл/мин [McPhee, Reed, Zubizarreta, 2015]. Для стандартного образца породы размером 3 см это примерно соответствует скорости потока $2 \cdot 10^{-5}$ см/с. Подобный расход жидкости с вязкостью 1 сП создаёт перепад давления 20 МПа на 100 м в пласте с проницаемостью 100 мД, что сопоставимо с типичными расчётными параметрами процесса добычи нефти. В плотных породах проницаемость может составлять доли миллидарси, а типичные скорости потока могут быть на несколько порядков меньше. Для малопроницаемых пород в лабораторном эксперименте скорость потока 1 мл/мин требует неестественно большого градиента давления. С учётом возможной нелинейности, использование таких потоков может привести к значительным ошибкам в оценке проницаемости исследуемого образца. Это приводит к необходимости создания и измерения очень низких расходов жидкости, что в свою очередь требуют особого подхода к интерпретации полученных данных.

Ранее [Барышников, Зенченко, Турунтаев, 2021] нами был описан метод лабораторного исследования нелинейности фильтрационных свойств образцов низкопроницаемой горной породы, основанный на измерении расхода жидкости при медленном спаде градиента порового давления. Особенность нашего метода состояла в том, что расход жидкости измерялся путём её непрерывного взвешивания. У такого способа измерения есть ряд преимуществ по сравнению с использованием потокового расходомера, но он требует применения особого подхода к вычислению расхода по данным об изменении массы. При расходе жидкости, стремящимся к нулю, изменения показаний весов становятся редки и сильно нерегулярны. Это делает невозможным применение традиционных разностных схем для численного дифференцирования.

В работе [Барышников, Зенченко, Турунтаев, 2021] для решения этой проблемы нами применялся метод Савицкого-Голея [Savitzky, Golay, 1964]. Суть этого метода состоит в том, что в некоторой окрестности каждой точки исследуемой кривой строится линейная (либо полиномиальная) аппроксимация. В качестве значения сглаженной функции в данной точке берётся соответствующее значение аппроксимирующей прямой (полинома), а в качестве значения производной – угол наклона аппроксимирующей прямой (производная полинома). Данный метод позволяет одновременно произвести сглаживание и получать достаточно гладкую кривую производной для сильно зашумлённых данных, однако у него есть ряд недостатков. Как и любой другой метод оконного сглаживания он вносит искажения в исследуемый сигнал, а также сглаживает места разрыва значения производной. Вместе с этим существует и другой перспективный метод, связанный с подходом к вычислению производной как к задаче оптимизации — метод регуляризации квадратичного отклонения (в английской литературе Total-Variation Regularization, TVR).

Цель данной работы – исследовать возможность применения метода TVR для анализа результатов измерения бесконечно малых расходов по показаниям об изменении накопленной массы жидкости.

Метод регуляризации квадратичного отклонения

Численное дифференцирование при помощи традиционных конечно-разностных схем как правило усиливают любой шум, присутствующий в данных. Удаление шума из данных до или после дифференцирования не всегда даёт удовлетворительный результат из-за возможного искажения исследуемого сигнала. Метод регуляризации квадратичного отклонения рассматривает поиск производной как задачу оптимизации [Chartrand, 2011; Rudin, Osher, Fatemi, 1992]. Его суть состоит в поиске минимума функционала

$$F(u) = \alpha \int_0^L |u'| dx + \int_0^L |Au - f|^2 dx,$$

где u – искомая производная функции $f \in L^2$ на промежутке $x \in [0, L]$, u' – производная самой u , α – параметр регуляризации, A – оператор интегрирования»

$$Au(x) = \int_0^x u dx$$

Первый член функционала F определяет гладкость искомой производной, второй член ограничивает расхождение «сглаженной» функции Au и исходной f . При помощи параметра α при этом задаётся баланс между гладкостью производной и точностью аппроксимации. Таким образом решение задачи регуляризации позволяет одновременно найти производную и произвести сглаживание исходных данных. При этом получаемое решение не сглаживает скачки производной, что позволяет хорошо обрабатывать разрывы и переходы в исходных зашумлённых данных. В дискретном представлении функционал F может быть записан в следующем виде:

$$F_d = \alpha \sum_i \left| \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} \right| + \sum_i \left| \sum_{j=1}^i u_j \Delta x - f_i \right|^2,$$

где Δx – шаг регулярной сетки данных.

В данной работе перед нами стояла задача поиска производной и сглаживания существенно нерегулярных данных – показаний весов. Из-за дискретности показаний при медленном изменении измеряемой массы для них характерны повторяющиеся скачки между двумя соседними значениями, когда масса приближается к их среднему, при этом в остальное время показания могут подолгу не меняться. Для учёта этой особенности мы модифицировали функционал качества следующим образом:

$$F_{mod} = \alpha \sum_i |u_i - u_{i-1}| + \sum_i \left| \sum_{j=1}^i u_j \Delta x_j - f_i \right|^2,$$

где $\Delta x_j = x_j - x_{j-1}$ – приращение аргумента в j точке. Численное решение задачи минимизации функционала F_{mod} было реализовано на языке Python по аналогии с решением, представленным в библиотеке PyNumDiff [Breugel van, Kutz, Brunton, 2020], с использованием пакета оптимизации CVXPY [Diamond, Boyd, 2016]. Наш код доступен по адресу [idglgfd/TVRvsSG, 2022].

Оценка стандартного отклонения для получаемой производной производилась по методу «Jackknife» [Efron, Tibshirani, 1986]. Суть этого метода заключается в следующем. Из исследуемого множества

поочерёдно откидывается по одной точке и производится вычисление производной. В результате в каждой точке для множества n точек получается n значений точек производной (при отбрасывании самой этой точки в качестве производной в ней был взят результат линейной интерполяции соседних значений). После этого величина стандартного отклонения в каждой точке вычислялась, исходя из дисперсии полученных значений производных.

Лабораторный метод исследования нелинейного течения

В работе [Барышников, Зенченко, Турунтаев, 2021] описан предложенный нами метод лабораторного исследования нелинейности фильтрационных свойств образцов низкопроницаемой горной породы. Ниже представлено краткое описание сути этого метода. Для проведения опытов использовалась экспериментальная установка, представленная на рисунке (рис. 1).

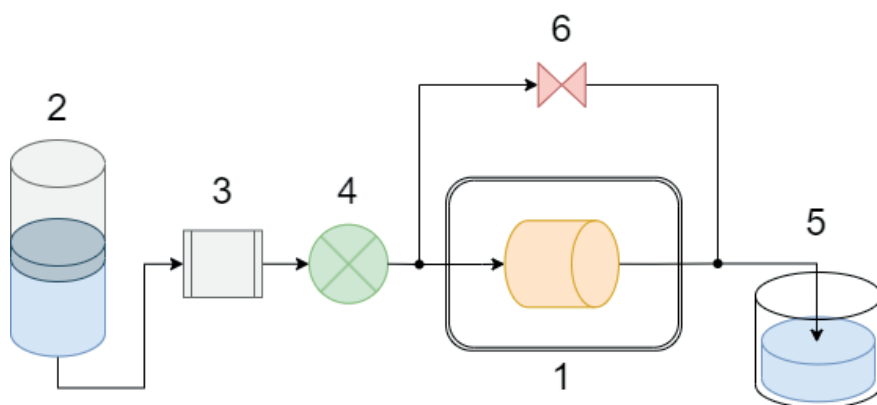


Рис. 1. Принципиальная схема экспериментальной установки.
1 – кернодержатель с образцом; 2 – гидроаккумулятор; 3 – фильтр очистки закачиваемой жидкости; 4 – датчик давления; 5 – весы с ёмкостью для собранной жидкости; 6 – клапан

Течение жидкости через исследуемый образец происходит под действием градиента порового давления, задаваемого при помощи гидроаккумулятора. В каждом испытании в начальный момент времени на входе создаётся определённое начальное поровое давление. По мере протекания жидкости через образец, это давление уменьшается за счёт расширения газа в газовой части гидроаккумулятора (рис. 2). Жидкость, прошедшая через образец, непрерывно взвешивается на выходе и по изменению её массы рассчитывается расход. Испытание продолжается до полной остановки потока. Параметры установки подобраны таким образом, чтобы скорость уменьшения градиента порового давления была

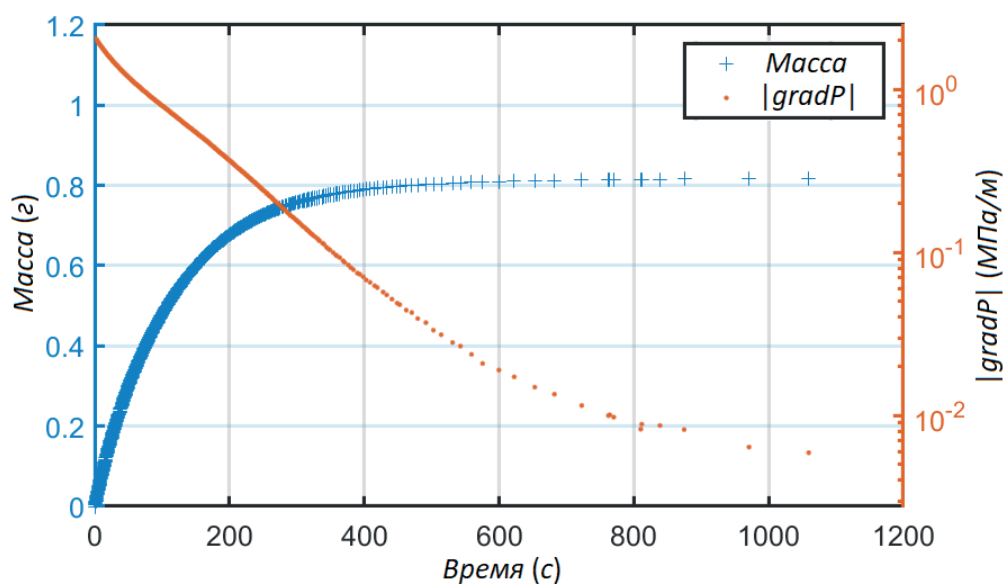


Рис. 2. Типичные кривые изменения массы жидкости и градиента порового давления в отдельном испытании

достаточно низкой, чтобы можно было считать поток квазистационарным и пользоваться при анализе уравнениями для стационарного потока. Такой метод проведения опыта позволяет исследовать кривую зависимости скорости фильтрации от градиента порового давления в пределах от нуля до заданного начального перепада давления.

Применение метода TVR для анализа результатов опытов

В результате исследований, описанных в работе [Барышников, Зенченко, Турунтаев, 2021], были проведены серии испытаний трёх образцов известняковой породы. В качестве фильтрующей жидкости была использована вода. В ходе каждого испытания были получены кривые изменения во времени накопленной массы жидкости и градиента порового давления. Для представления результатов испытаний в терминах эффективной проницаемости необходимо по изменению массы вычислить скорость фильтрации жидкости. Для этого нужно численно продифференцировать экспериментальную кривую изменения массы жидкости со временем:

$$k_{eff} = \eta \frac{U}{|gradP|} = \frac{\eta}{\rho S} \frac{1}{|gradP|} \frac{dm}{dt}$$

где ρ – плотность жидкости, S – площадь сечения образца. Эта процедура осложнена тем, что на позднем этапе испытания при скорости потока, близкой к нулевой, данные по изменению массы становятся существенно нерегулярны (рис. 3). Из-за дискретности показаний происходят повторяющиеся скачки между двумя соседними значениями, когда масса приближается к их среднему, при этом в остальное время показания могут подолгу не меняться.

Было рассмотрено три способа численного вычисления производной: метод Савицкого-Голея 1-го порядка (SG), применяемый нами ранее; метод регуляризации квадратичного отклонения (TVR) с модифицированным функционалом качества F_{mod} и, в качестве референтного метода, был использован метод центральной конечной разности:

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x}$$

Значение параметра регуляризации было взято равным 1. Окно усреднения в методе Савицкого было выбрано равным 7 точкам.

На рисунке (рис. 3) приведены результаты применения методов TVR (а, в) и SG (б, г) для сглаживания экспериментальной зависимости массы жидкости от времени и вычисления её массового расхода в отдельном испытании. Показан отрезок времени, когда расход жидкости уже предельно мал. Каждая точка соответствует изменению накопленной массы жидкости на 0.001 грамма. На графиках зависимости накопленной массы жидкости от времени показаны кривые, сглаженные по методу TVR –

m_{TVR} (рис. 3а) и методу SG – m_{SG} (рис. 3б). Можно видеть, что оба метода с сопоставимыми величинами оценок доверительного интервала дают достаточно гладкое и несмещенное относительно исходных данных усреднение. При этом метод TVR лучше обрабатывает скопления точек — места колебаний показаний весов (отмечено окружностью). На графиках зависимости расхода жидкости от времени (рис. 3в, г) показаны результаты вычислений производной обоими методами. Можно видеть, что более гладкая кривая Q_{TVR} была получена по методу TVR (рис. 3в). При этом оба метода показывают гораздо лучшие результаты, чем метод конечных разностей, часть точек которого не вошла в пределы осей графика (кривая Q_{diff}).

На рисунке (рис. 4) показаны результаты вычисления зависимости эффективной проницаемости исследуемого образца от градиента порового давления в одном из испытаний. На верхнем графике

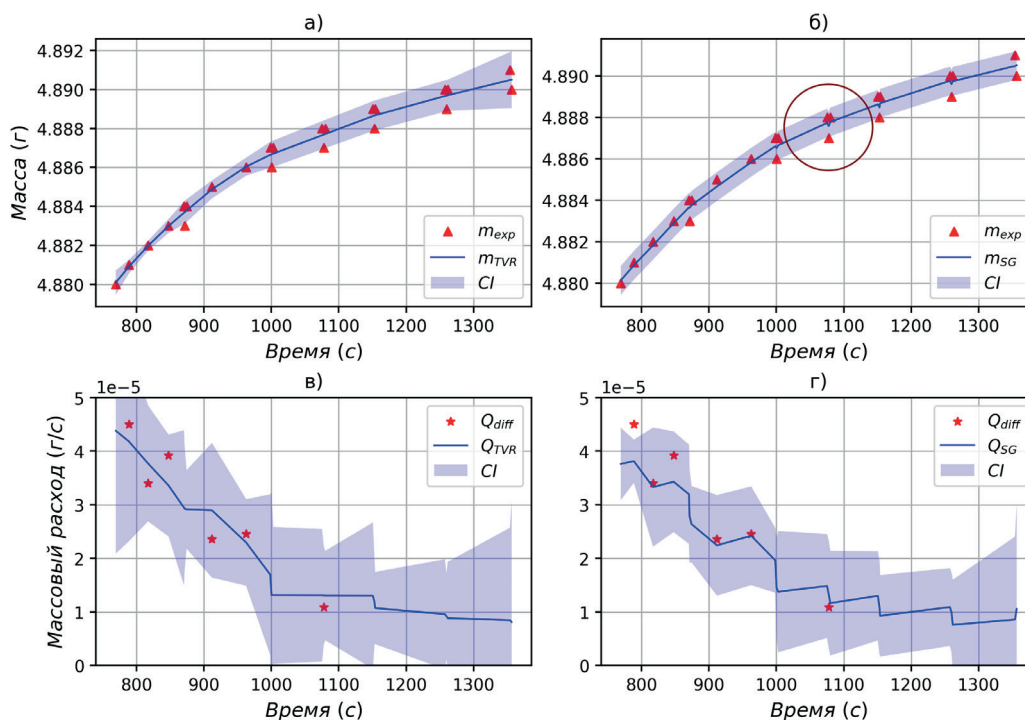
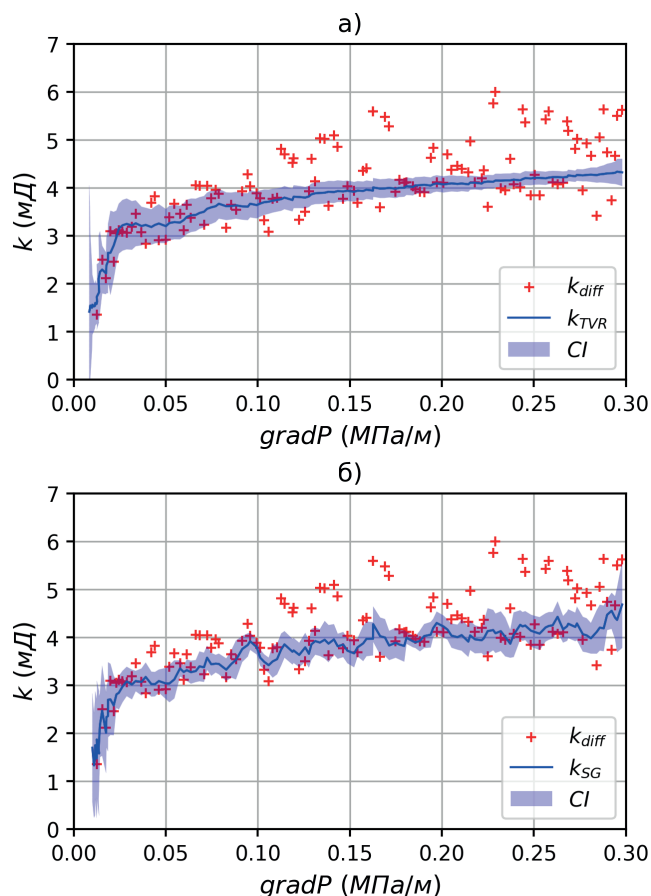


Рис. 3. Результаты применения методов регуляризации квадратичного отклонения (TVR) и Савицкого-Голея (SG) для сглаживания экспериментальной зависимости массы жидкости m_{exp} от времени (а, б) и вычисления её расхода (в, г). Q_{diff} – массовый расход жидкости, вычисленный с применением метода конечных разностей. CI – оценка 95% доверительного интервала для каждого из методов. Окружностью отмечена область колебания показаний весов



результат получен по методу TVR, на нижнем — по методу SG. Здесь также метод TVR при сопоставимой оценке ошибки даёт существенно более гладкий результат. Кроме того, при применении данного метода нет необходимости отбрасывания точек данных на краях исследуемой кривой (при использовании метода SG это приходится делать, так как окно усреднения не может выйти за границы данных). Это позволяет обрабатывать область с наименьшими значениями градиента порового давления — наиболее интересующую в задаче о нелинейности фильтрационного потока. Снижение эффективной проницаемости в данной области, как это происходило в рассматриваемом испытании, указывает на существенную нелинейность фильтрационных свойств исследуемого образца.

Рис. 4. Зависимость эффективной проницаемости исследуемых образцов от градиента порового давления; (а) – данные опыта обработаны с помощью метода TVR, (б) – по методу SG; k_{diff} – проницаемость, вычисленная по методу конечных разностей. CI – оценка 95% доверительного интервала для каждого из методов

Заключение

В данной работе предлагается достаточно простая методика анализа данных о нелинейности течения жидкости, которая проявляется при малых градиентах давления. Он позволяет исследовать взаимосвязь между эффективной проницаемостью и градиентом порового давления при близких к нулевым расходах в условиях недостатка экспериментальных точек. Показано, что при анализе результатов измерения накопленной массы жидкости и вычислении её расхода у метода регуляризации квадратичного отклонения есть ряд преимуществ по сравнению с другими методами. У метода TVR всего один настраиваемый параметр — параметр регуляризации, что упрощает его адаптацию к конкретной задаче. Предложенная нами модификация функционала качества позволяет обрабатывать существенно нерегулярные данные. При сопоставимых величинах стандартного отклонения метод TVR даёт более гладкую кривую по сравнению с методом на основе фильтрации Савицкого-Голая, и при этом он не подвержен краевым эффектам, как другие оконные методы.

Предлагаемый нами метод можно использовать в исследовательской работе для более точной оценки проницаемости плотных горных пород, фильтрационные свойства которых могут быть существенно нелинейны. Это важно для различных задач, использующих в качестве параметра результаты измерения проницаемости керна, в том числе для оценки коллекторских свойств и гидродинамического моделирования.

Финансирование

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 122032900167-1).

Список литературы

- Барышников Н.А., Зенченко Е.В., Турунтаев С.Б.* Лабораторное исследование нелинейности закона фильтрации в области низких скоростей в плотных породах // *Dynamic Processes in Geospheres*. 2021. № 13. С. 50–59.
- Breugel F. van van, Kutz J.N., Brunton B.W.* Numerical Differentiation of Noisy Data: A Unifying Multi-Objective Optimization Framework // *IEEE Access*. 2020. Т. 8. С. 196865–196877.
- Chartrand R.* Numerical Differentiation of Noisy, Nonsmooth Data // *ISRN Applied Mathematics*. 2011. Т. 2011. С. 1–11.
- Diamond S., Boyd S.* CVXPY: A Python-Embedded Modeling Language for Convex Optimization. // *J Mach Learn Res*. 2016. Т. 17.
- Efron B., Tibshirani R.* Bootstrap Methods for Standard Errors, Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy // *Statistical Science*. 1986. Т. 1. № 1.
- Farmani Z. u dp.* Analysis of Pre-Darcy flow for different liquids and gases // *J Pet Sci Eng*. 2018. Т. 168. С. 17–31.
- McPhee C., Reed J., Zubizarreta I.* Routine Core Analysis // *Developments in Petroleum Science*. 2015. Т. 64. С. 181–268.
- Rudin L. I., Osher S., Fatemi E.* Nonlinear total variation based noise removal algorithms // *Physica D*. 1992. Т. 60. № 1–4. С. 259–268.
- Savitzky Abraham., Golay M.J.E.* Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. // *Anal Chem*. 1964. Т. 36. № 8. С. 1627–1639.
- <https://github.com/idlgld/TVRvsSG> [Электронный ресурс].

NONLINEAR FLOW COMPUTATION USING TOTAL-VARIATION REGULARIZATION

N. A. Baryshnikov^{1*}, Ye. V. Zenchenko¹, S. B. Turuntayev^{1,2}

¹*Sadovsky Institute of Geosphere Dynamics of Russian Academy of Sciences*

²*Moscow Institute of Physics and Technology*

*E-mail: nabarysh@gmail.com

Many researchers note the nonlinearity of flow in tight rocks. This manifests itself in the form of a decrease in effective permeability with a decrease in flow rate. For low-permeable rocks, the estimation of reservoir permeability without taking into account the nonlinearity of the flow can yield significant errors. Accounting for non-linear flow can also lower the estimate of reservoir productivity and lead to an increase in stationary oil zone estimation. Regular methods of studying fluid flows in porous rocks are poorly suited to study their permeability when approaching to zero fluxes. Previously, we described a method for laboratory testing of non-linear flow in low-permeability rock samples, based on measuring flux during a slow decline in the pore pressure gradient. A feature of the described technique is that the flow rate of the liquid is measured by its continuous weighing. This method of measurement allows us to study very slow flows, but it requires a special approach to calculating the flow rate from mass change data. One of these approaches is the Total-Variation Regularization method, which is often used in the problems of filtering noise in images. We investigated the possibility of using this method to analyze the results of measuring infinitesimal flow rates based on the mass change. As a result, it was shown that this method has a number of advantages, and in combination with the proposed modification of the quality functional, it allows processing significantly irregular data. The method proposed by us can be used in research work for a more accurate assessment of the permeability of dense rocks, the filtration properties of which can be significantly non-linear.

Keywords: Darcy law, permeability, non-linearity, regularization, laboratory study, machine learning.