

УДК 532.593

# ОГРАНИЧЕНИЕ КУМУЛЯЦИИ И ГЕНЕРАЦИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В СХОДЯЩЕЙСЯ УДАРНОЙ ВОЛНЕ С НАРУШЕННОЙ СИММЕТРИЕЙ

© 2025 г. А. В. Конюхов\*, Т. А. Ростилов

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

\*E-mail: konyukhov\_av@mail.ru

В 2D постановке на основе уравнений Эйлера сжимаемого газа выполнены расчеты формирования вихревой структуры в окрестности фокуса сходящейся ударной волны, при наличии возмущения, приводящего к ограничению кумуляции. На этапе сходящейся ударной волны, последняя является источником завихренности течения, интенсивность которой возрастает с уменьшением расстояния до фокуса по степенному закону. Формирование наиболее интенсивных вихрей наблюдается на масштабе перехода от маховского к правильному (регулярному) взаимодействию сегментов сходящейся ударной волны. Показано, что наличие, наряду со второй модой, промежуточных неустойчивых мод приводит к интенсификации перемешивания высокоэнтропийного газа в окрестности фокуса ударной волны. При наличии только второй моды горячий высокоэнтропийный газ сосредоточен в ядрах двух вихревых пар, образовавшихся в результате взаимодействия двух сходящихся струй. Впервые показано, что малое возмущение сдвигом в плоскости симметрии на масштабе генерации приводит к асимметричной закрутке течения на масштабе прекращения кумуляции.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, сходящиеся ударные волны, фокусировка ударных волн, кумуляция, симметрия, полигональные сходящиеся ударные волны, вихревые структуры, турбулентность.

**Для цитирования:** Конюхов А.В., Ростилов Т.А. Ограничение кумуляции и генерация вихревых структур в сходящейся ударной волне с нарушенной симметрией // Динамические процессы в геосферах. 2025. Т. 17. № 4. С. 54–70. [https://doi.org/10.26006/29490995\\_2025\\_17\\_4\\_54](https://doi.org/10.26006/29490995_2025_17_4_54)

## 1. Введение

Сходящиеся ударные волны являются инструментом генерации высоких давлений и температур и применяются для изучения экстремальных термодинамических состояний вещества в физике высоких плотностей энергии, а также рассматриваются в перспективных научных и технических приложениях как способ инициирования реакций (детонации, ударно-волнового и термоядерного синтеза) [Apazidis, Eliasson, 2019; Yang, Zhang, 2023; Rinderknecht et al., 2023; Hartouni, Hurricane, 2020]. Нарушение симметрии сходящейся ударной волны приводит к генерации завихренности, возрастающей с уменьшением расстояния до фокуса. Образование системы интенсивных вихрей наблюдается на масштабе, на котором происходит переход от маховского к правильному (регулярному) взаимодействию сегментов ударной волны и, как следствие, прекращение кумуляции. Вихри обеспечивают механизм быстрого перемешивания масс ударно-сжатого вещества с различной энтропией в окрестности фокуса сходящейся ударной волны. Перемешивание, наряду с излучением и другими факторами, оказывает большое влияние на условия тепломассообмена в области максимального достигаемого ударно-волнового сжатия, что является важным в практических приложениях [Wang et al., 2023; Flaig et al., 2018; Rafei et al., 2019; Youngs, Williams, 2008]. В отличие от факторов, которые могут быть учтены в рамках одномерных моделей (термодинамическая неидеальность, излучение и прочие), гидродинамический механизм ограничения кумуляции, вихреобразование и турбулентное перемешивание в окрестности фокуса ударной волны вследствие нарушения симметрии требуют многомерного численного

моделирования. Из-за большого диапазона масштабов требуются специальные методы расчета, использующие адаптацию расчетной сетки к решению. Адаптация сетки и анизотропия дискретной модели оказывают влияние на развитие многомерных возмущений в сходящейся ударной волне и это влияние необходимо учитывать при численном моделировании. Проведенные в последние годы исследования вихревого перемешивания в окрестности фокуса ударной волны посвящены главным образом проблеме инерциального термоядерного синтеза. В рамках соответствующих постановок задач источником возмущений, влияющим на качество сжатия, являются неустойчивости Рихтмайера–Мешкова и Релэя–Тейлора при взаимодействии сходящейся ударной волны с контактными поверхностями [Rafei et al., 2019; Wang et al., 2023]. Полученные результаты указывают на турбулентный характер течения в области фокуса ударной волны, зависящий от спектра возмущения, задаваемого формой контактной поверхности. При движении сходящейся ударной волны к фокусу на решение в окрестности фокуса оказывает влияние тонкий сферический (цилиндрический) слой, заключенный между особой характеристикой, приходящей в точку отражения ударной волны от фокуса, и ударной волной в плоскости переменных  $(r, t)$ . По этой причине вихревые возмущения вследствие развития гидродинамических неустойчивостей при взаимодействии ударной волны с удаленными от фокуса контактными поверхностями на ограниченном временном отрезке не оказывают непосредственное влияние на формирование вихрей и параметры перемешивания в малой окрестности фокуса. Влияние является опосредованным: неустойчивость Рихтмайера–Мешкова приводит к нарушению сферической (цилиндрической) симметрии ударной волны, нарушение симметрии приводит к ограничению кумуляции (неограниченного роста плотности внутренней энергии) и формированию вихревой структуры, приводящей к перемешиванию на масштабе ограничения кумуляции в окрестности фокуса ударной волны. Интенсивное турбулентное перемешивание теплового пятна нагретого ударным сжатием вещества с более холодным окружением за фронтом отраженной ударной волны способно оказывать влияние на инициирование реакций и, в связи с этим представляет, значительный интерес.

Моды возмущений сходящейся ударной волны можно разделить на (1) низкие моды, приводящие к ограничению кумуляции, причем первая мода сводится к более высоким модам смещением фокуса, (2) промежуточные (полигональные) моды, соответствующие асимптотическому решению в виде полигональных сходящихся ударных волн [Schwendeman, Whitham, 1987; Schwendeman, 2002; Apazidis, Lesser, 1996; Apazidis et al., 2002] (кумуляция не ограничена, зависимость давления от радиуса в среднем соответствует решению для симметричной волны), (3) высокие устойчивые моды (возмущение затухает, ударная волна восстанавливает симметричную форму). Симметричная ударная волна является безвихревым течением, поэтому вклад высоких мод в вихреобразование в окрестности фокуса пренебрежимо мал. Развитие неустойчивых (низких и промежуточных) мод приводит к сегментации поверхности ударной волны. На поверхности ударно-волнового разрыва образуются изломы, разделяющие участки с малой кривизной [Apazidis, Eliasson, 2019]. Граница между низкими и промежуточными модами определяется типом ударно-волновых взаимодействий сегментов сходящейся ударной волны, который в свою очередь зависит от углов, образуемых сегментами в моменты соединения на поверхности ударной волны узловых точек (линий) трехволевой конфигурации. Если в процессе движения к фокусу при таком соединении происходит маховское взаимодействие сегментов (отражение сегмента ударной волны от плоскости симметрии), кумуляция является неограниченной [Eliasson et al., 2006]. Реализация правильного (регулярного) отражения приводит к ограничению кумуляции, дальнейшее сокращение поверхности ударной волны происходит без роста фронтового давления. В случае цилиндрической сходящейся ударной волны в идеальном газе с показателем адиабаты  $\gamma = 5/3$  и ниже, развитие второй и третьей моды возмущений приводит к ограничению кумуляции. Прогрессирующее отклонение формы поверхности ударной волны от симметричной, в том числе наличие изломов поверхности, приводит к тому, что ударная волна является источником завихренности (завихренность генерируется в структуре ударной волны). Генерация ротора скорости в области гладкости решения, несмотря на бароклинность течения, мала. Об этом свидетельствует анализ распределений ротора скорости в возмущенной сходящейся ударной волне [Конюхов,

[Ростилов, 2025]. В сходящихся ударных волнах рост амплитуды малых возмущений симметрии является степенным, а взаимодействие различных мод нелинейным. В настоящей работе выполнены расчеты формирования вихревой структуры в окрестности фокуса ударной волны, при наличии возмущения, приводящего к ограничению кумуляции. При этом рассматривается комбинированное возмущение, содержащее как низшие моды, так и промежуточные. Поскольку последние являются особенностями в отношении генерации ударной волной завихренности это позволяет оценить их влияние на вихревое перемешивание в окрестности фокуса, на масштабе реализации регулярного отражения, т.е. прекращения кумуляции. В разделе 2 описана постановка задачи и численный метод, в разделе 3 приведены результаты расчетов.

## 2. Постановка задачи и численный метод

Для описания сходящихся ударных волн в широком диапазоне изменения радиуса применяется метод конечного объема численного решения уравнений Эйлера сжимаемого газа на подвижных (сжимающихся) сетках. Метод конечных объемов, основан на интегральной форме законов сохранения массы, импульса и энергии:

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V(t)} \mathbf{U} dV + \iint_{S(t)} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (1)$$

где  $V(t)$  – переменный во времени объем, ограниченный движущейся кусочно-гладкой поверхностью  $S(t)$ ,  $\mathbf{U} = (\rho, \rho\mathbf{v}, \rho(e + \frac{1}{2}\mathbf{v}^2))^T$  – вектор консервативных переменных. Поток через движущуюся границу, стоящий под знаком интеграла по поверхности объема, записывается в виде

$$\mathbf{F}_n = (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) = \left( \rho(v_n - v_n^g), \rho(v_n - v_n^g)\mathbf{v} + p\mathbf{n}, (v_n - v_n^g)(\rho e + \rho \frac{1}{2}\mathbf{v}^2) + p v_n \right)^T. \quad (2)$$

Здесь использованы следующие обозначения:  $\rho$  – плотность,  $e$  – удельная внутренняя энергия,  $p$  – давление,  $v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}$ ,  $v_n^g = \mathbf{v}^g \cdot \mathbf{n}$ , где  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v}^g$  – скорости среды и границы в декартовой системе координат,  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к  $S$ .

Задача ставится в подвижной расчетной области  $\Omega(t)$ . В начальный момент времени  $t=0$  в кубической области  $\Omega(0) = \Omega_0$  вводится декартова расчетная сетка с множеством узлов  $\{\mathbf{x}_{0j}, j = 1, \dots, n_p\}$ , где  $n_p$  – количество узлов. Область  $\Omega(t)$  и подвижная сетка с координатами узлов  $\{\mathbf{x}_j, j = 1, \dots, n_p\}$  в  $\Omega(t)$  при  $t > 0$  определяются преобразованием:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 \exp \left( - \int_0^t c(\tau) d\tau \right), \quad (3)$$

где  $\mathbf{x}_0 \in \Omega_0$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega(t)$ , параметр  $c(t)$  контролирует скорость сжатия сетки.

$$c(t) = \sqrt{\frac{V_0}{R(t)} \left( \frac{p_1(t) - p_0}{V_0 - V_1(t)} \right)^{1/2}}, \quad (4)$$

$V_0, p_0$  – удельный объем и давление в начальном состоянии,  $V_1, p_1$  – соответствующие величины за фронтом ударной волны,  $R$  – расстояние до фокуса, а угловые скобки обозначают осреднение по поверхности ударной волны. Определение (3), (4) обладает тем свойством, что цилиндрическая и сферическая ударные волны с фокусом в точке  $\mathbf{x} = 0$  являются стационарными на сжимающейся сетке в процессе схлопывания. Скорости узлов расчетной сетки согласно (3):  $v^g = -\mathbf{x}c(t)$ .

Пусть  $\{\mathbf{U}_i^n, i = 1, \dots, n_c\}$  – значения вектора консервативных переменных в ячейках расчетной сетки,  $\hat{\mathbf{F}}_{n,k}$  – аппроксимация вектора потоков на грани  $k$ , принадлежащей множеству  $K$  внешних граней

расчетной ячейки  $i$ ,  $V_i^n$  – объем ячейки  $i$  на временном слое  $n$ ,  $\hat{\mathbf{n}}_k$  – вектор внешней нормали на грани  $k$ , абсолютная величина которого равна площади соответствующей грани,  $\Delta t$  – шаг интегрирования по времени. Схема метода конечного объема на подвижной сетке, имеющая первый порядок аппроксимации по времени, записывается в виде

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i^n} \sum_{k \in K_i} \left( \hat{\mathbf{F}}_{n,k} + \mathbf{U}_i^n (\mathbf{v}^g \cdot \hat{\mathbf{n}})_k \right). \quad (5)$$

Реконструкция решений в точках интегрирования на гранях ячеек выполнялась с использованием схемы невозрастания полной вариации решения (TVD) второго порядка аппроксимации с ограничителем «*minmod*» [Harten, 1983]. Пусть  $\mathbf{U}_L, \mathbf{U}_R$  – реконструированные значения вектора консервативных переменных в точке интегрирования на грани  $k$ . Аппроксимация потоков на границах расчетных ячеек выполняется на основе комбинации схемы Русанова [Русанов, 1961] и схемы метода Рой [Roe, 1981], основанного на решении задачи о распаде разрыва для линеаризованной системы с матрицей  $\tilde{A}(\mathbf{U}_L, \mathbf{U}_R) = A(\tilde{\mathbf{U}})$ , где  $A = \partial \mathbf{F}_n / \partial \mathbf{U}$  – матрица Якоби вектора потоков,  $\tilde{\mathbf{U}}$  вычисляется с использованием осреднения по методу Роя:

$$\hat{\mathbf{F}}_{n,k} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_n(\mathbf{U}_L) + \mathbf{F}_n(\mathbf{U}_R) - (\omega \bar{\rho}_A \mathbf{I} + (1-\omega) \tilde{R} \text{diag}[\psi(\tilde{\lambda}_k)] \tilde{R}^{-1}) (\mathbf{U}_R - \mathbf{U}_L)). \quad (6)$$

Здесь  $\omega$  – весовой коэффициент ( $\omega = 0$  соответствует численному вектору потоков метода Роя с энтропийной коррекцией Хартина [Harten, 1983],  $\omega = 1$  – потоку схемы Русанова),  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\tilde{R}$  – матрица правых собственных векторов,  $\bar{\rho}_A = \max(\rho(A(\mathbf{U}_L)), \rho(A(\mathbf{U}_R)))$ ,  $\text{diag}[\psi(\tilde{\lambda}_k)]$  – диагональная матрица с элементами главной диагонали:

$$\psi(\tilde{\lambda}_k) = \begin{cases} |\tilde{\lambda}_k|, & |\tilde{\lambda}_k| \geq \delta \\ \frac{\tilde{\lambda}_k^2 + \delta^2}{2\delta}, & |\tilde{\lambda}_k| < \delta \end{cases} \quad (7)$$

где  $\delta = 0.1 \bar{\rho}_A$ ,  $\tilde{\lambda}_k$  ( $k = 1, \dots, 5$ ) – собственные значения матрицы.

В целях предотвращения развития численной неустойчивости типа «карбункул» [Quirk, 1994] в расчетах на этапе движения сетки использовалось значение весового коэффициента  $\omega = 0.5$ . На масштабе перехода от маховского к регулярному взаимодействию сегментов сходящейся ударной волны движение сетки прекращалось и дальнейший расчет выполнялся при  $\omega = 0$ .

Известно, что на решение в окрестности фокуса ударной волны оказывает влияние узкий слой ударно-сжатого газа, заключенный между особой характеристикой, приходящей в точку отражения ударной волны от фокуса на плоскости  $(r, t)$ , вследствие этого независимо от способа генерации решение в окрестности фронта симметричной ударной волны быстро сходится к автомодельному решению. Аналогично симметричной ударной волне, если система генерации обладает симметрией правильного многоугольника и возмущение содержит неустойчивые моды, решение сходится к решению вида полигональной ударной волны, которое в определенном смысле также является автомодельным [Schwendeman, Whitham, 1987]. В рассматриваемой постановке задачи сходящаяся ударная волна генерируется распадом разрыва по границе области  $P \in \Omega(0)$ :

$$(\rho, \mathbf{v}, p) = \begin{cases} (\rho_0, \mathbf{0}, p_0), \mathbf{x} \in P \\ (\rho_0, \mathbf{0}, p_1), \mathbf{x} \notin P, \quad p_1 \gg p_0. \end{cases} \quad (8)$$

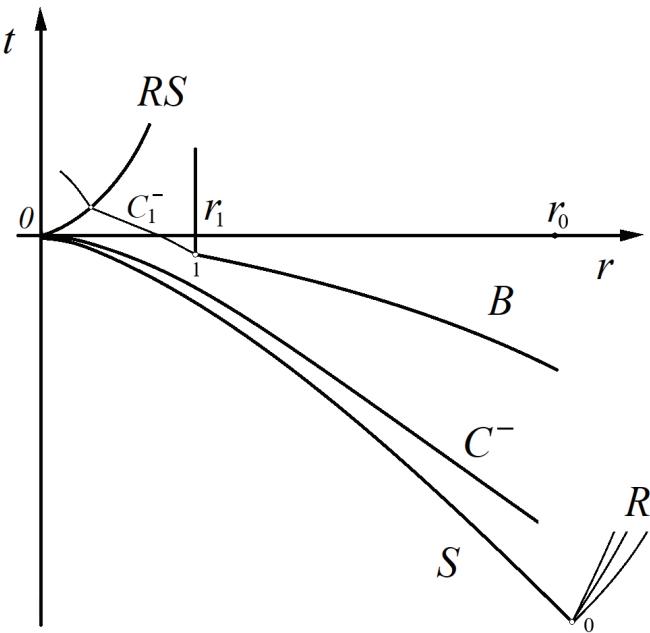
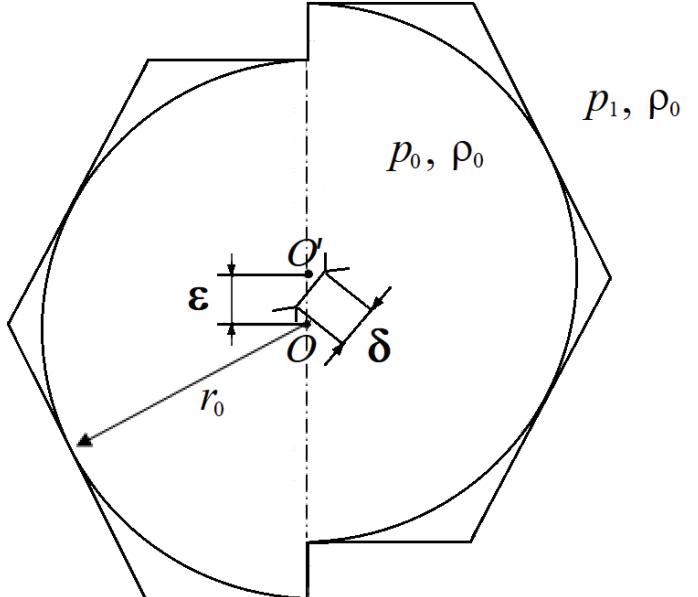


Рис. 1. Закон движения границы расчетной области ( $B$ ) в плоскости  $(r-t)$ ,  $S$  – сходящаяся ударная волна,  $R$  – волна разрежения.  $C^-$  – характеристика, приходящая в точку отражения ударной волны от фокуса,  $RS$  – отраженная ударная волна,  $C^-$  – характеристика, проведенная из точки остановки расчетной сетки

**Рис. 2.** Пояснительный рисунок к постановке задачи. Сходящаяся ударная волна генерируется распадом разрыва поля давления по контуру, имеющему форму правильного многоугольника, возмущенного сдвигом вдоль линии симметрии на заданное расстояние  $\varepsilon$ . На некотором расстоянии  $\delta$  от фокуса происходит регулярное взаимодействие сегментов сходящейся ударной волны,  $\delta$  – расстояние между узловыми точками четырехвольновой конфигурации регулярного отражения в момент их образования,  $r_0$  – радиус вписанной в многоугольник окружности



Контактная поверхность в этом случае играет роль поршня, инициирующего ударную волну. Здесь, параметры с индексом 0 относятся к начальному состоянию (состоянию перед фронтом ударной волны),  $p_1$  – внешнее давление,  $P$  – область с центром в точке  $x = 0$ , представляющая собой поперечное сечение цилиндра. Постановка задачи поясняется на рисунках 1, 2.

Сходящаяся ударная волна ( $S$ ) генерируется распадом разрыва при  $r = r_0$ . Размер области выбирается таким образом, чтобы скорость движения границ ( $B$ ) относительно среды согласно (3) и (4) являлась сверхзвуковой. Ее траектория в плоскости  $(r, t)$  не пересекает характеристику, приходящую в точку отражения ударной волны от фокуса ( $C^-$ ) как показано на рис. 1. На некотором расстоянии границы  $B$  от фокуса  $r_1$  движение сетки прекращается,  $c = 0$  при  $t > t_1$ . Решение в области, расположенной левее характеристики  $C_1^-$  не зависит от условия на границе  $B$ , где в расчетах фиксировались параметры течения в точке 1.

Таким образом, в окрестности фокуса может быть получено решение, не зависящее от граничного условия в моменты времени после отражения ударной волны от фокуса. Эта окрестность включает в

себя область максимального ударно-волнового сжатия. Поскольку расчетная область имеет квадратную форму под  $r$  понималось минимальное расстояние от границы до фокуса, а скорость характеристики  $C_1^-$  оценивалась по максимуму спектрального радиуса матрицы Якоби вектора потоков, нормальных к границе расчетной области. Возмущения вносились отклонением области  $P$  от цилиндра. Возмущение, приводящее к асимптотическому решению в виде полигональной сходящейся ударной волны, задавалось формой границы области  $P$  в форме правильного  $n$ -угольника. Возмущение, содержащее вторую моду, приводящую к ограничению кумуляции, задавалось сдвигом вдоль оси симметрии на малое расстояние  $\epsilon \ll r_0$ . Пояснение к постановке начальных данных в  $\Omega(0)$  приведено на рис. 2.

Приведем постановку задачи к безразмерному виду, определив масштабы длины:  $l_m = r_0$ , давления:  $p_m = p_0$ , плотности:  $\rho_m = \rho_0$ , скорости:  $v_m = (p_0/\rho_0)^{1/2}$ , времени:  $t_m = r_0/v_m$ , внутренней энергии:  $e_m = p_0/\rho_0$ .

В результате перехода к безразмерным переменным  $x = l_m \bar{x}$ ,  $y = l_m \bar{y}$ ,  $t = t_m \bar{t}$ ,  $p = p_m \bar{p}$ ,  $\rho = \rho_0 \bar{\rho}$ ,  $v = v_m \bar{v}$  и параметрам задачи  $r_0 = l_m \bar{r}_0$ ,  $\epsilon = l_m \bar{\epsilon}$ ,  $p_1 = p_m p_1$ , уравнения сохраняют безразмерный вид. Безразмерный начальный радиус  $\bar{r}_0 = 1$ . С учетом обезразмеривания начальные данные имеют вид:

$$(\bar{\rho}, \bar{v}, \bar{p}) = \begin{cases} (1, \mathbf{0}, 1), & \bar{x} + \delta \in P \\ (1, \mathbf{0}, \bar{p}_1), & \bar{x} + \delta \notin P \end{cases},$$

где вектор сдвига в точке  $\delta(\bar{x}) = \begin{cases} (\bar{x}, \bar{y} - \frac{1}{2}\bar{\epsilon}), & \bar{x} < 0 \\ (\bar{x}, \bar{y} + \frac{1}{2}\bar{\epsilon}), & \bar{x} \geq 0 \end{cases}$ , а область  $P$  – правильный многоугольник с

количеством сторон  $n$ :  $P = \left\{ \bar{x} : |\bar{x}| < |\bar{x} - \mathbf{x}_k|, k = 1, \dots, n \right\}$ , где  $\mathbf{x}_k = 2(\cos(\varphi_k), \sin(\varphi_k))$ ,  $\varphi_k = \frac{2\pi k}{n}$ .

В предельном случае возмущенной сдвигом цилиндрической ударной волны  $P = \left\{ \bar{x} : |\bar{x}| < 1 \right\}$ .

При фиксированном значении показателя адиабаты решение задачи зависит от трех безразмерных параметров: отношения давлений  $\bar{P}_1$ , определяющего начальное число Маха сходящейся ударной волны, параметра  $n$ , задающего симметрию вращения начальных распределений относительно фокуса (и наименьшую моду возмущения цилиндрической ударной волны) при нулевой величине сдвига, безразмерного сдвига  $\bar{\epsilon}$ , определяющего амплитуду второй моды, приводящей к ограничению кумуляции в сходящейся ударной волне. Известно, что при увеличении числа Маха сходящейся цилиндрической ударной волны решение при уменьшении ее радиуса стремится к пределу, известному как решение Гудерлея. В пределе сильной ударной волны (больших чисел Маха) в идеальном газе реализуются предельные конфигурации ударно-волновых взаимодействий, в частности, предельный угол перехода между маховским и регулярным отражением, что проявляется в автомодельности полигональных ударных волн.

В настоящей работе рассматривается случай сильной ударной волны  $\bar{p}_1 = 160$  что, как показывает численный расчет при  $\bar{\epsilon} = 0$  (табл. 1), обеспечивает близость к автомодельному решению. Параметр  $n$  при  $\bar{\epsilon} = 0$  определяет тип асимптотического решения в окрестности фокуса (цилиндрическая или полигональная ударная волна с маховским или регулярным взаимодействием сегментов). Увеличение  $n$  приводит к возрастанию количества генерируемых сходящейся ударной волной вихрей в структурах двойного маховского отражения пропорционально  $n^2$  и уменьшению их интенсивности. Расчеты показывают, что при  $n = 3$  и  $\bar{\epsilon} = 0$  фронт ударной волны в окрестности фокуса имеет форму правильного треугольника с регулярным отражением в вершинах. Давление и температура за фронтом такой ударной волны при уменьшении расстояния до фокуса ограничены. Предел  $n \rightarrow \infty$  соответствует цилиндрической сходящейся ударной волне, которая является безвихревым течением. В настоящей работе представлен расчет для  $n = 6$ . При таком значении и количество крупных вихрей, генерируемых сходящейся ударной волной, и их интенсивность сравнительно велики. Численное решение задачи позволяет определить достигаемые параметры ударно-волнового сжатия

и вихревую картину течения на масштабе ограничения кумуляции. При описании решений черта над безразмерными величинами опускается.

Таблица 1.

## Результаты тестирования: сравнение с решением Гудерлея

Цилиндрическая волна				
$\gamma$	5/3		7/4	
$-2(1-n)/n$	$-0.450806 \pm 0.000485$		$-0.393719 \pm 0.000515$	
	Расчет	Теория Гудерлея	Расчет	Теория Гудерлея
$n$	0.816055	0.815625	0.835519	0.835217
Сферическая волна				
$\gamma$	5/3		7/4	
$-2(1-n)/n$	$-0.904862 \pm 0.002526$		$-0.788495 \pm 0.005729$	
	Расчет	Теория Гудерлея	Расчет	Теория Гудерлея
$n$	0.688500	0.688377	0.717233	0.717173

Для оценки точности алгоритма расчета сходящихся ударных волн были выполнены расчеты цилиндрических сходящихся ударных волн в идеальном газе с показателем адиабаты  $\gamma = 7/5$  и  $\gamma = 5/3$ . Расчеты выполнялись на прямоугольной равномерной сетке с разрешением 400 сеточных интервалов, приходящихся на радиус ударной волны. Аппроксимация результатов расчета линейной зависимостью в переменных  $\log(r)-\log(p)$  на интервале  $-4 < \log(r) < -2$  находится в хорошем количественном согласии с решением Гудерлея. Как известно, в соответствии с решением Гудерлея зависимость давления за фронтом сходящейся ударной волны имеет вид  $p \sim r^{-2(1-n)/n}$ , где  $n$  – показатель степени в зависимости радиуса ударной волны от времени  $r \sim |t-t_0|^n$  [Whitham, 1999]. Сравнение рассчитанных и теоретических значений показателя степени  $n$  приведено в табл. 1. Высокая достигаемая точность в определении показателя автомодельности объясняется особенностью численного метода: следствием преобразования (3) и (4) является стационарность фронта цилиндрической и сферической ударной волны на сетке.

Так как использование прямоугольной расчетной сетки в  $\Omega$  вносит в численное решение определенную анизотропию, важным аспектом сеточной сходимости для рассматриваемой задачи является независимость полученных численных решений от ориентации начальных данных на расчетной сетке. Результаты сравнительных расчетов приведены на рис. 3. Несимметричное  $\pi$  – периодическое начальное возмущение цилиндрически симметричной постановки – задается сдвигом полуокружностей вдоль линии разреза на расстояние  $\epsilon = 0.025$ . В процессе уменьшения радиуса

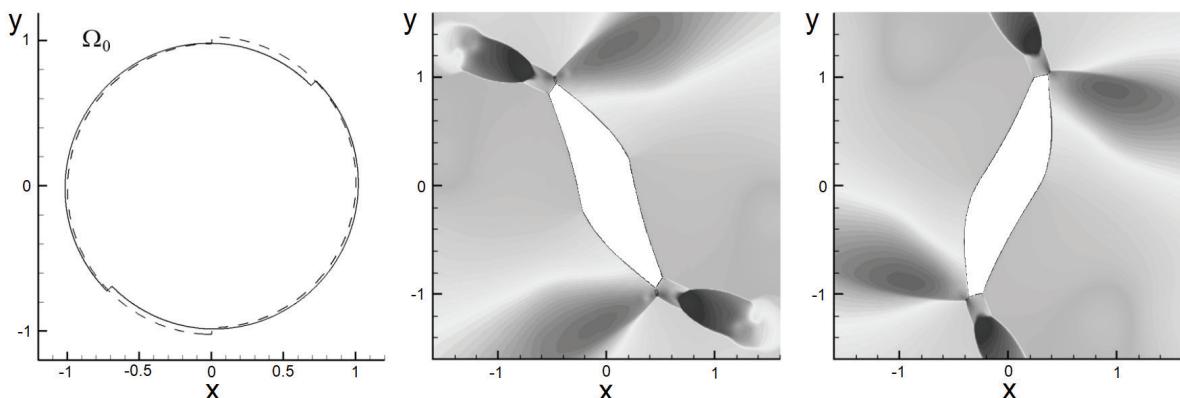


Рис. 3. Тест на инвариантность решения относительно поворота начальных данных на масштабе генерации на угол  $\pi/4$ . Масштаб изображений составляет 0.01. Визуализация поля давления

возмущение симметрии нарастает. На рисунке показаны два решения, отличающиеся поворотом начальных данных на угол  $\pi/4$  в момент времени, предшествующий прекращению роста фронтового давления. Масштаб изображений составляет 0.01. Несмотря на то, что на величину сдвига приходится лишь 10 сеточных интервалов, имеет место инвариантность получаемых численных решений относительно ориентации начальных данных на расчетной сетке.

Анизотропия расчетной сетки приводит к проявлению в численном решении 4-й моды на масштабах, на которых размер расчетной области много меньше шага сетки в  $\Omega_0$  и практически не влияет на численное решение для возмущенной ударной волны, если ее начальная асимметрия разрешена расчетной сеткой.

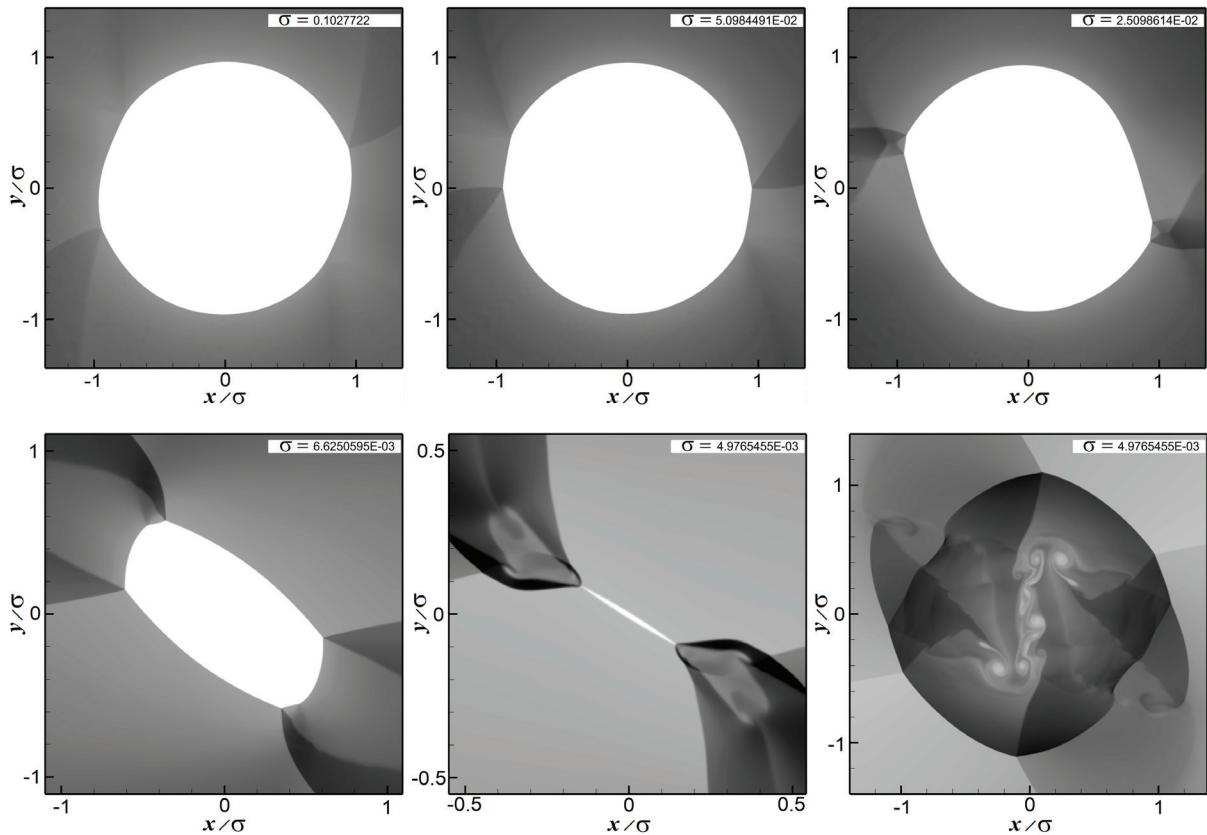
### 3. Генерация вихрей сходящейся ударной волной

#### 3.1 Случай цилиндрической сходящейся ударной волны при наличии 2-й моды возмущения

Рассмотрим случай инициирования возмущенной сходящейся ударной волной распадом разрыва по контуру, определенному в декартовой системе координат  $(x, y)$  уравнением

$$x^2 + (y - \frac{1}{2}\text{sign}(x)\varepsilon)^2 = 1. \quad (9)$$

Возмущение симметрично относительно поворота на угол  $\pi$ , следовательно содержит вторую нормальную моду, приводящую к ограничению кумуляции. Гладким обобщением является контур, определяемый уравнением  $x^2 + (y - \frac{1}{2}\text{erf}(Nx)\varepsilon)^2 = 1$ , где erf – функция ошибок, сходящийся к (9) при  $N \rightarrow \infty$ .



**Рис. 4.** Развитие возмущения с угловым периодом  $\pi$ , приводящего к ограничению кумуляции в сходящейся цилиндрической ударной волне и формированию вихревого течения в окрестности фокуса. Визуализация плотности

Распад разрыва начального распределения поля давления приводит к формированию сходящейся ударной волны. На рис. 4 показана область течения в окрестности фронта цилиндрической ударной

волны, возмущенной сдвигом  $\epsilon = 0.02$ . Результатом возмущения являются два семейства вторичных волн (энтропийно-вихревых и акустических возмущений за фронтом ударной волны, согласованных с условиями на ударно-волновом разрыве), распространяющихся вдоль поверхности ударной волны в противоположных направлениях. Амплитуды неустойчивых нормальных мод растут в зависимости от времени и обратного радиуса по степенному закону [Брушлинский, 1982]. В силу нелинейности даже при гладкой угловой зависимости начального возмущения рост их амплитуды сопровождается формированием изломов поверхности ударной волны, которые являются точками (линиями) трехволной конфигурации. Линии трехволной конфигурации делят поверхность ударной волны на сегменты.

При соединении на поверхности ударной волны узловых точек конфигурации, соответствующих встречным вторичным волнам, в зависимости от параметров течения за соответствующими сегментами наблюдается один из двух типов ударно-волнового взаимодействия: узловые линии трехволновых конфигураций расходятся (1), образуется квазистационарная четырехволновая конфигурация (2). Сценарий (1) сопровождается ускоренным ростом давления на фронте сходящейся ударной волны, в случае (2) взаимодействие сегментов сходящейся ударной волны не приводит к росту фронтового давления. При взаимодействии плоских сегментов случай (1) соответствует маховскому, а случай (2) правильному или регулярному отражению от плоскости симметрии. Регулярное отражение прекращает рост фронтового давления (рис. 4) и является механизмом ограничения кумуляции в возмущенной сходящейся ударной волне. Расстояние  $\delta$  между узловыми точками четырехволной конфигурации регулярного отражения в момент их образования дает характерный размер области максимального ударно-волнового сжатия. Отношение  $\delta/\epsilon$  является убывающей функцией  $\epsilon$ . Количественные значения  $\delta$  и давления  $p_r$ , которое достигается при регулярном отражении, приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Расчетные значения  $\delta$  и  $p_r$  для различных  $\epsilon$ 

$\epsilon$	0.0033	0.02	0.04	0.8
$\delta$	0.00017	0.0017	0.0091	0.033
$p_r$	22935	4277	3550	2980

Осредненное давление за фронтом возмущенной сходящейся ударной волны

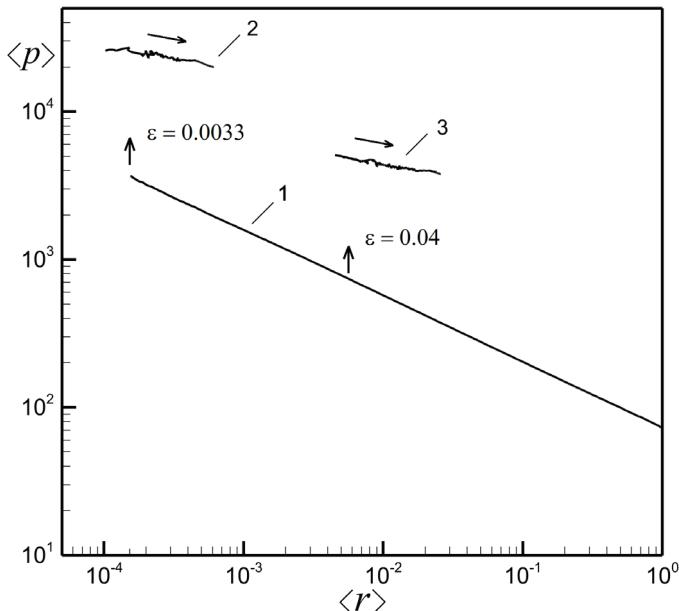
$$\langle p \rangle = \frac{1}{\Sigma} \int_S p d\sigma, \quad \Sigma = \int_S d\sigma, \quad (10)$$

как функция среднего расстояния до фокуса

$$\langle r \rangle = \frac{1}{\Sigma} \int_S r d\sigma \quad (11)$$

находится в хорошем согласии с решением Гудерлея даже при больших деформациях ее фронта, предшествующих формированию регулярного отражения. Величина  $p_r$  приближенно характеризует давление за фронтом сформировавшейся отраженной ударной волны. Осреднение выполняется по поверхности ударной волны  $S$ ,  $r$  – расстояние от точки на поверхности ударной волны до фокуса. Средние давления за фронтом сходящейся и отраженной ударных волн в зависимости от среднего радиуса для двух расчетов с различной величиной возмущения показаны на рис. 5.

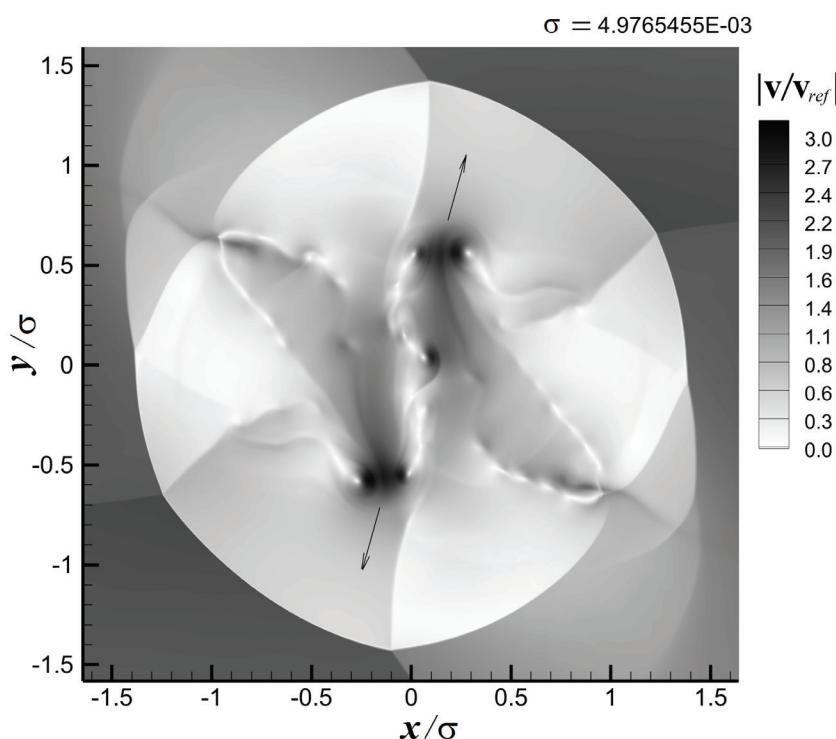
Одновременно с ростом давления сценарий (2) приводит к формированию сходящихся струй, ограниченных вихревыми поверхностями (совпадают с поверхностями контактного разрыва, которые на рис. 4 наряду с ударными волнами выделяются скачком плотности). Вихревые поверхности исходят из узловых точек трехволной конфигурации. В момент перехода к регулярному отражению (масштаб 0.005 на рис. 4) плоский сегмент сходящейся ударной волны, ограничивающий переднюю часть струи,



**Рис. 5.** Зависимость среднего давления за фронтом возмущенной цилиндрической ударной волны от среднего расстояния до фокуса: 1 – сходящаяся ударная волна, 2 – отраженная ударная волна при  $\epsilon = 0.0033$ , 3 – отраженная ударная волна при  $\epsilon = 0.04$ . Расстояние между узловыми точками четырехволевой конфигурации регулярного отражения:  $\delta = 0.00017$  для  $\epsilon = 0.0033$  и  $\delta = 0.0091$  для  $\epsilon = 0.04$

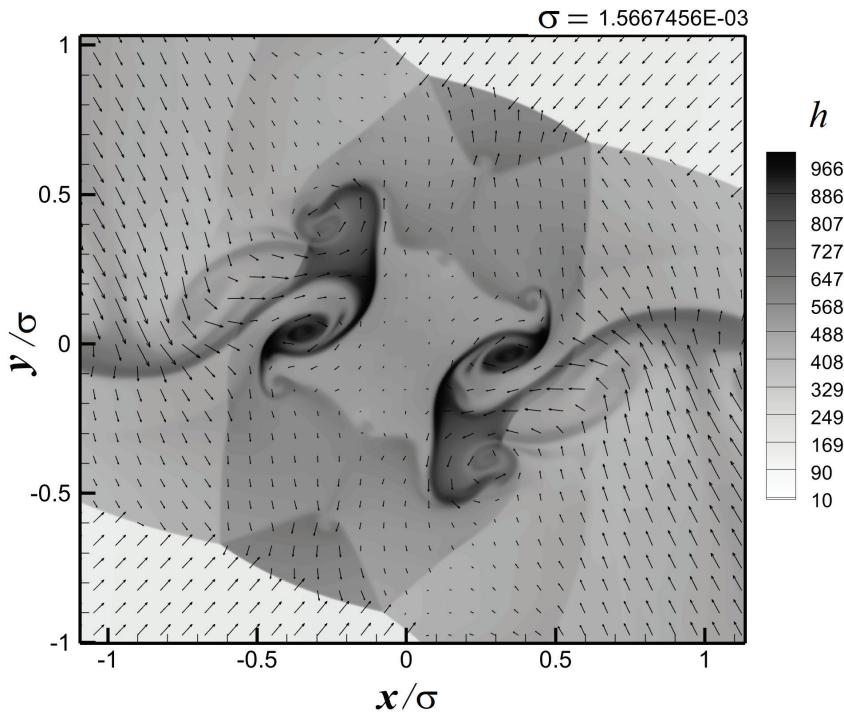
вырождается в точку. В процессе следующего за этим торможением струй вихревые поверхности сворачиваются, образуя вихревые пары и дорожки вихрей.

На рис. 6 показано распределение абсолютной величины скорости на масштабе регулярного отражения  $\sigma = 0.005$  при  $\epsilon = 0.02$ . За фронтом расходящейся ударной волны выделяются две вихревые пары. Характерная величина скорости вращения в вихрях на рис. 6 приблизительно совпадает со скоростью отраженной ударной волны относительно газа перед ударной волной. Максимальное значение скорости 3.3 соответствует скорости за фронтом сходящейся ударной волны при  $r = 0.005$  (что равно масштабу изображения), определенной на основе решения Гудерлея:  $v / v_{ref} = r^{-(1-n)/n} \approx 3.301$ , где  $v_{ref}$  – скорость ударной волны при  $r = 1$ . Расчеты показывают, что в качестве грубой количественной оценки линейной скорости вихревого движения на масштабе регулярного отражения можно использовать величину скорости из решения Гудерлея при  $r = \delta$ .



**Рис. 6.** Абсолютная величина скорости на масштабе ограничения кумуляции при  $\epsilon = 0.02$ . За фронтом отраженной ударной волны можно выделить две противоположно направленных струй и связанные с ними вихревые пары. Скорость отнесена к скорости сходящейся ударной волны на расстоянии от фокуса  $r = 1$ . Максимальные скорости газа достигаются в вихрях

Высокоэнтропийный газ (испытавший наибольшее ударно-волновое сжатие) оказывается сосредотачивается в ядрах вихрей (см. рис.7, масштаб 0.005, где нагретый газ, имея меньшую плотность и концентрируясь в вихрях, показывает вихревую структуру в окрестности фокуса). Линейные скорости в вихрях сопоставимы с характерными скоростями течения, а пульсации давления, связанные с понижением давления в центрах вихрей, сопоставимы с давлением за фронтом отраженной ударной волны. Асимметрия вихрей (предпочтительное направление вращения) является следствием отсутствия симметрии начальных данных относительно осей, проходящих через фокус, что является наиболее общим случаем. В частном случае возмущения в виде второй нормальной моды, когда такая симметрия имеет место, вихревая структура также ей обладает. При дальнейшем расширении газа в области изоэнтропического течения вихревая структура сохраняется, скорость вращения уменьшается вследствие сохранения момента импульса, высокогенераторный газ остается вовлеченным в ядра вихрей. Численным интегрированием установлено, что осредненная по поверхности ударной волны абсолютная величина ротора скорости аппроксимируется степенной зависимостью от осредненного по поверхности расстояния до фокуса  $\langle |rot(\mathbf{v})| \rangle \sim r^{-m}$ ,  $m = const.$



**Рис. 7.** Область течения близи фокуса сходящейся ударной волны при  $\epsilon = 0.02$ . Визуализация энталпии. Высокотемпературный газ концентрируется в ядрах вихрей. Масштаб изображения: 0.00157,  $\epsilon = 0.025$

### 3.2 Случай полигональной сходящейся ударной волны при наличии 2-й моды возмущения

В приведенном решении генерация завихренности в сходящейся ударной волне является результатом малого начального возмущения, содержащего низкую моду и приводящего к ограничению кумуляции. Рассмотрим тип решений сходящихся ударных волн в модели невязкого неизлучающего газа, которые наподобие симметричных (цилиндрических и сферических) ударных волн, приводят к неограниченной кумуляции энергии в фокусе ударной волны, но в отличие от них генерируют завихренность во всем диапазоне масштабов. Это так называемые полигональные (полиэдральные в трехмерном случае) ударные волны, обладающие симметрией правильного многоугольника (многогранника) [Schwendeman, Whitham, 1987; Schwendeman, 2002]. Полигональные ударные волны являются асимптотическим решением (в пределе малой окрестности фокуса) в том случае, если: 1) система генерации обладает симметрией правильного многогранника, возмущение является периодической функцией угла с периодом  $2\pi/n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , 2)  $n < N^*$ , где  $N^*$  – номер первой устойчивой моды, мода  $n$  является неустойчивой. При  $n \geq N^*$  ударная волна восстанавливает цилиндрическую форму. 3) угол

между плоскими сегментами полигональной волны при соединении точек трехволновой конфигурации соответствует маховскому типу отражения от плоскостей симметрии в противоположность правильному (регулярному) отражению. Аналогичные ограничения имеют место для полиэдральных волн в трехмерном случае, см. [Murakami et al., 2015].

Фронт полигональной ударной волны имеет форму многоугольника. Линии излома поверхности ударной волны являются узловыми линиями трехволновой конфигурации с исходящей ударной волной и поверхностью тангенциального разрыва скорости (вихревой поверхностью). Вихревые поверхности являются границами сходящихся струй и сворачиваются, образуя вихревые пары. Наиболее интенсивные вихри формируются в структурах двойного маховского отражения. Свойства полигональных и полиэдральных сходящихся волн изучались ранее с использованием метода геометрической динамики ударных волн [Whitham, 1959; Schwendeman, Whitham, 1987]. Решение в виде сходящейся полигональной ударной волны в идеальном газе является автомодельным: при движении к фокусу фронт ударной волны периодически повторяет свою форму [Schwendeman, Whitham, 1987], распределения давления и скорости в соответственные моменты времени подобны, а зависимости соответствующих значений от расстояния до фокуса подчиняются автомодельной зависимости для симметричной (цилиндрической или сферической) ударной волны. Давление и скорость в соответственных точках удовлетворяют зависимостям вида  $p \sim r^{-2(1-n)/n}$ ,  $v \sim r^{-(1-n)/n}$ , где  $n$  — показатель степени в зависимости радиуса ударной волны от времени в решении Гудерлея  $r \sim |t - t_0|^n$ . В силу подобия осредненная по поверхности ударной волны абсолютная величина ротора скорости как функция расстояния до фокуса записывается в виде:

$$\langle |rot(\mathbf{v})| \rangle \sim r^{-1/n}. \quad (12)$$

Угловая скобка в (12) обозначает усреднение по поверхности ударной волны.

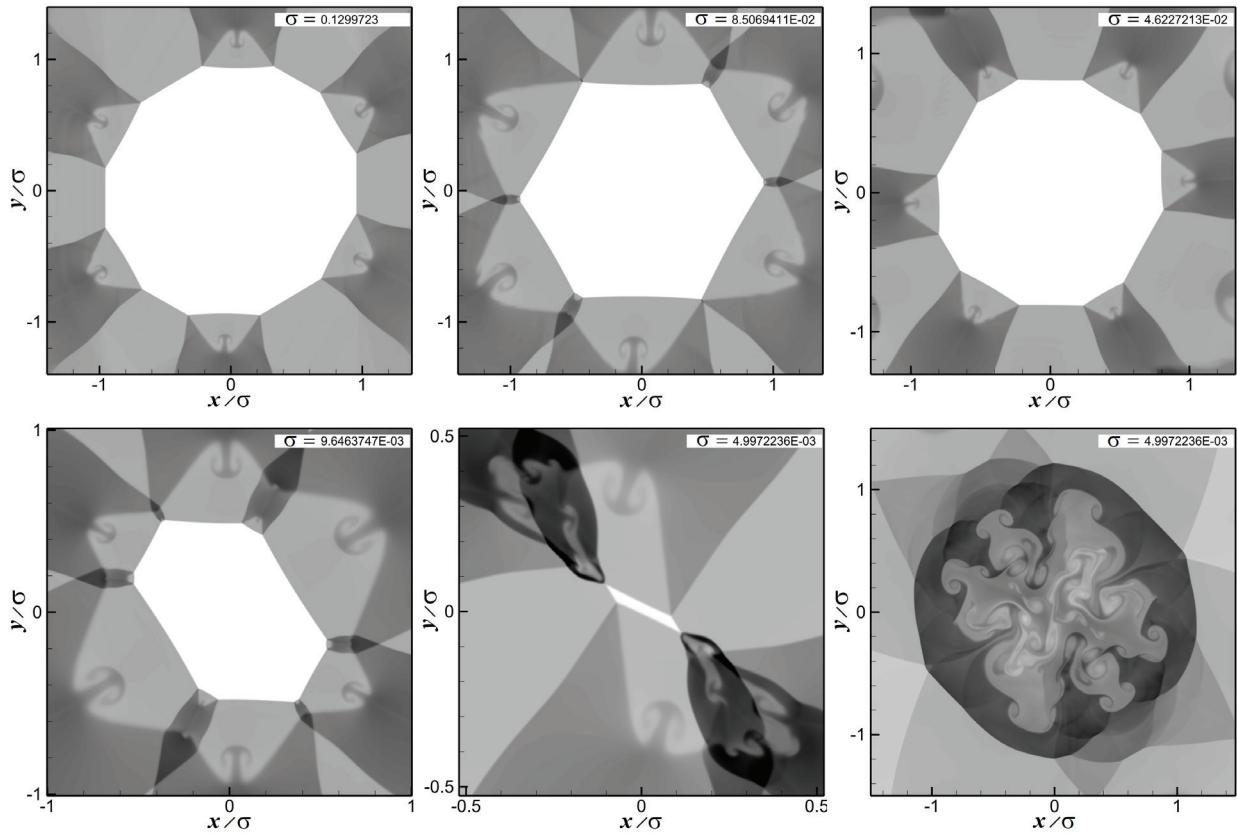
Нарушение полигональной симметрии таких волн приводит к ограничению кумуляции вследствие перехода от маховского взаимодействия сегментов сходящейся ударной волны к правильному. В силу нелинейности задачи влияние такого комбинированного возмущения на вихревую структуру течения в окрестности фокуса ударной волны прогнозировать сложно. Численное решение представлено на рис. 8. Ротор скорости сосредоточен в вихревых поверхностях и вихревых парах в структурах двойного маховского отражения, см. диапазон масштабов 0.13–0.0096 на рис. 8. Повторяющееся маховское взаимодействие сегментов ударной волны сопровождается ростом фронтового давления. Усиление второй моды приводит к изменению углов между сегментами и их правильному отражению при соединении точек трехволновой конфигурации (рис. 8, масштаб 0.0049).

Аналогично случаю цилиндрической волны на масштабе перехода к регулярному отражению можно выделить сходящиеся струи, ограниченные вихревыми поверхностями. После отражения сходящейся ударной волны эволюция этих струй приводит к формированию системы вихрей. В отличие от случая возмущенной цилиндрической ударной волны, представленного на рис. 4, она является более сложной. Сравнение распределений энтропии за фронтом отраженной ударной волны показано на рис. 9.

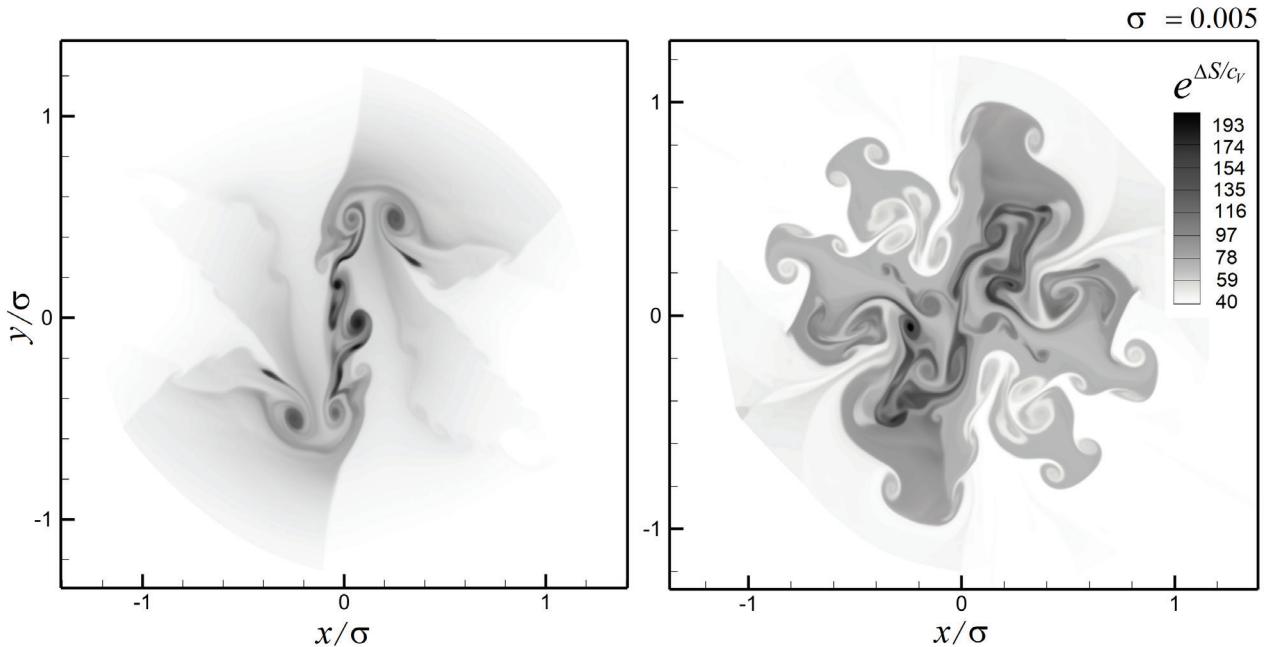
Причиной усложнения является взаимодействие расходящейся ударной волны с вихрами и энтропийными неоднородностями в структуре полигональной волны. Интенсивность вихрей, образовавшихся при маховском взаимодействии сегментов сходящейся ударной волны, увеличивается при прохождении через фронт отраженной волны. Дополнительно завихренность генерируется при взаимодействии отраженной ударной волны с энтропийными неоднородностями, сформировавшимися в сходящейся полигональной волне. На рис. 10 показана зависимость осредненной по поверхности ударной волны со стороны ударно-сжатого газа абсолютной величины ротора скорости

$$\langle |rot(\mathbf{v})| \rangle = \frac{1}{\Sigma} \int_S |rot(\mathbf{v})| d\sigma, \quad \Sigma = \int_S d\sigma, \quad (13)$$

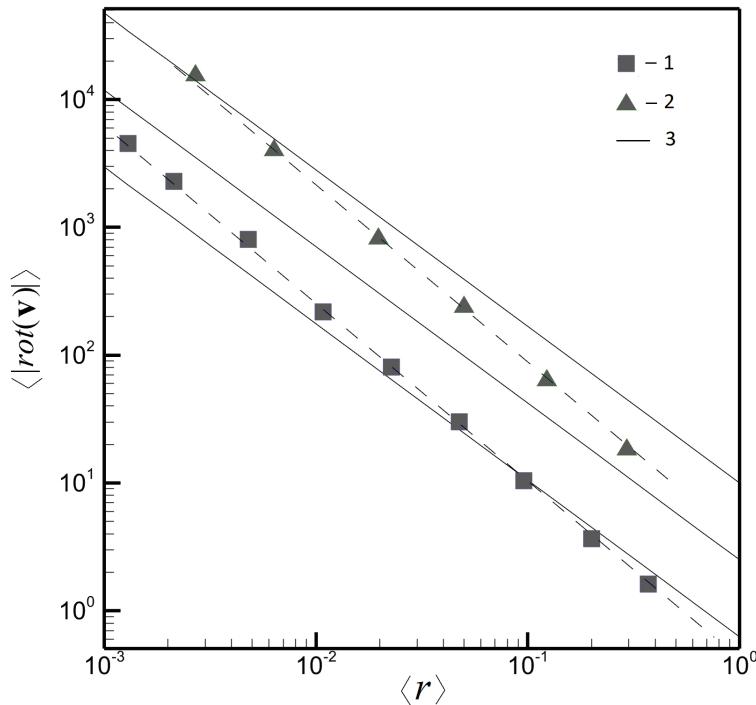
от среднего расстояния до фокуса (11).



**Рис. 8.** Развитие возмущения с угловым периодом  $\pi$  ( $\varepsilon = 0.02$ ), приводящего к ограничению кумуляции в сходящейся полигональной ( $n = 6$ ) ударной волне и формированию вихревого течения в окрестности фокуса. Визуализация плотности



**Рис. 9.** Распределение энтропии в окрестности фокуса ударной волны на масштабе ограничения кумуляции. Слева показан случай цилиндрической ударной волны, справа – полигональной ударной волны, возмущенных сдвигом вдоль плоскости симметрии на расстояние  $\varepsilon = 0.02$ . В первом случае высокоэнтропийный газ концентрируется в ядрах вихрей, во втором наблюдается интенсивное перемешивание вследствие большого количества сходящихся струй и вихрей в структуре полигональной волны. Количество крупных вихрей пропорционально числу конфигураций двойного маховского отражения при взаимодействии сегментов сходящейся полигональной ударной волны



**Рис. 10.** Зависимость среднего значения абсолютной величины ротора скорости от среднего расстояния до фокуса в возмущенных цилиндрической и полигональной сходящихся ударных волнах при  $\epsilon = 0.025$ . 1 – генерация завихренности возмущенной цилиндрической волной, 2 – генерация завихренности возмущенной полигональной волной, 3 – зависимость вида  $\langle |rot(v)| \rangle \sim r^{-1/n}$ , где  $n = 0.815625$  [Whitham, 1999] соответствует решению Гудерлея для цилиндрической сходящейся ударной волны, где ротор скорости приведен к безразмерному виду делением на  $v_0/r_0$ , где  $v_0$  – начальная радиальная скорость ударной волны. Линейные аппроксимации (штриховые прямые) имеют одинаковый наклон

Здесь  $r$  – расстояние от точки на поверхности ударной волны до фокуса,  $d\sigma$  – площадь элемента поверхности  $S$  ударной волны. Сплошные прямые соответствуют зависимости (12) при  $n = 0.815625$ . Аппроксимирующая зависимость среднего значения завихренности от расстояния до фокуса имеет вид  $\langle |rot(v)| \rangle = Dr^{-m}$ , ( $D, m = const$ ) и различаются только коэффициентом  $D$ , который при малом вкладе второй моды существенно выше в случае полигональной волны. Следует отметить, что эти зависимости приближенно выполняются при  $r < 10^{-2}$ , когда поверхность ударной волны характеризуется сильной асимметрией формы. Это обстоятельство согласуется с выводом об интенсивном перемешивании высокоэнтропийного газа, испытавшего наибольшее ударно-волновое с низкоэнтропийным окружением (рис. 9). При отсутствии генерации полигональной моды, образующийся вихрь представляет собой устойчивую структуру за фронтом расходящейся ударной волны, который при удалении от фокуса быстро восстанавливает цилиндрическую форму.

Поскольку энтропия остается постоянной на траектории частицы в процессах адиабатического сжатия и расширения, ее распределение за фронтом отраженной ударной волны позволяет проследить движение высокоэнтропийного газа, претерпевшего наиболее сильное ударно-волновое сжатие. На рис. 11 показаны результаты расчета отражения от фокуса сферической ударной волны, возмущенной сдвигом.

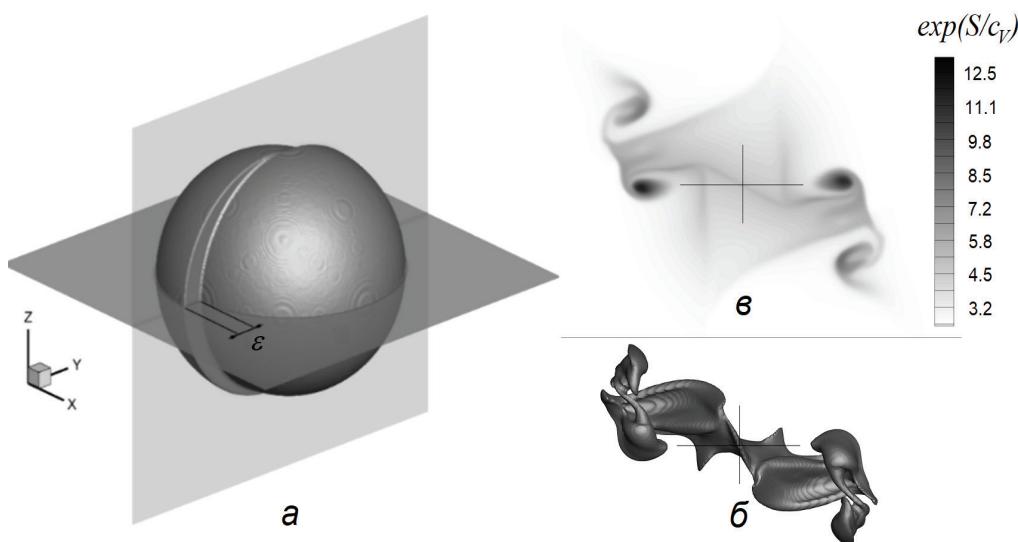
Начальная поверхность ударно-волнового разрыва определена уравнением

$$x^2 + (y - \frac{1}{2} \text{sign}(x)\epsilon)^2 + z^2 = 1. \quad (14)$$

Начальные данные:

$$(\rho, \mathbf{v}, p) = \begin{cases} (\rho_0, \mathbf{0}, p_0), \mathbf{r} \in P \\ (\rho_1, -\mathbf{r}v_1 / |\mathbf{r}|, p_1), \mathbf{r} \notin P, \quad \mathbf{r} = (x, y, z)^T. \end{cases} \quad (15)$$

Значения плотности  $\rho_1$  и радиальной составляющей скорости  $v_1$  определялись из условия выполнения соотношений Гюгонио на ударно-волновом разрыве при  $p_1 = 10p_0$ . Максимальная концентрация высокоэнтропийного газа достигается в ядрах вихрей, разлетающихся от фокуса ударной волны и имеющих одинаковое направление вращения.



**Рис. 11.** 3D расчет отражения сходящейся сферической ударной волны, возмущенной сдвигом в плоскости симметрии на расстояние  $\varepsilon = 0.1$  (а), изоповерхность распределения энтропии (б) и ее распределение в плоскости экватора  $z = 0$  (в)

#### 4. Заключение

На основе уравнений Эйлера сжимаемого газа выполнены расчеты формирования вихревой структуры в окрестности фокуса сходящейся ударной волны, при наличии возмущений, приводящих к ограничению кумуляции. Расчеты показали, что независимо от наличия промежуточной полигональной моды завихренность течения за фронтом возмущенной сходящейся ударной волны возрастает с уменьшением расстояния до фокуса по степенному закону. Формирование наиболее интенсивных вихрей наблюдается на масштабе перехода от маховского к правильному (регулярному) взаимодействию сегментов сходящейся ударной волны. Показано, что наличие наряду со второй модой полигональной моды приводит к интенсификации перемешивания высокоеэнтропийного газа в окрестности фокуса ударной волны. При наличии только второй моды горячий высокоеэнтропийный газ сосредоточен преимущественно в ядрах двух вихревых пар, образовавшихся в результате взаимодействия двух сходящихся струй. Впервые показано, что малое возмущение сдвигом в плоскости симметрии на масштабе генерации приводит к асимметричной закрутке течения на масштабе прекращения кумуляции. Полученные результаты говорят о возможности управлять параметрами вихревой структуры, и связанным с ней перемешиванием, в окрестности фокуса ударной волны.

#### Финансирование

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 24-29-00659).

#### Список литературы

- Брушлинский К.В. Неустойчивость сходящейся сферической ударной волны // ЖВМ и МФ. 1982. Т. 22. С. 193.
- Конюхов А.В., Ростилов Т.А. Численное моделирование сходящихся сферических ударных волн с нарушением симметрии // Компьютерные исследования и Моделирование. 2025. Т. 17. С. 59. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2025-17-1-59-71>
- Русанов В.В. Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями // ЖВМ и МФ. 1961. Т. 1. № 2. С. 267–279.
- Apazidis N., Eliasson V. Shock Focusing Phenomena. In book series: High Energy Density Phenomena and Dynamics of Converging Shocks. Springer Cham. 2019. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-75866-4>
- Apazidis N., Lesser M.B. On generation and convergence of polygonal-waves // J. Fluid Mech. 1996. Vol. 309. P. 301–319. <https://doi.org/10.1017/S0022112096001644>
- Apazidis N., Lesser M.B., Tillmark N., Johansson N. An experimental study of converging polygonal shock waves // Shock Waves. 2002. Vol. 12. P. 39–58. <https://doi.org/10.1007/s00193-002-0143-4>

- Eliasson V., Kjellander M., Apazidis N. Regular versus Mach reflection for converging polygonal shocks // Shock Waves. 2006. Vol. 17. P. 43–50. <https://doi.org/10.1007/s00193-007-0091-0>
- Flaig M., Clark D., Weber C., Youngs D.L., Thornber B. Single-mode perturbation growth in an idealized spherical implosion // J. Comput. Phys. 2018. Vol. 371. P. 801–819. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.06.014>
- Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. Vol. 135. P. 357–393. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(83\)90136-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90136-5)
- Hartouni E.P., Hurricane O.A. Azimuthal Drive Asymmetry in Inertial Confinement Fusion Implosions on the National Ignition Facility // Phys. Rev. Lett. 2020. Vol. 124. P. 145002. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.124.145002>
- Murakami M., Sanz J., Iwamoto Y. Stability of spherical converging shock wave // Physics of Plasmas. 2015. Article ID 072703. <https://doi.org/10.1063/1.4923437>
- Quirk J.J. A contribution to the great Riemann solver debate // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 1994. Vol. 18. P. 555–574. <https://doi.org/10.1002/fld.1650180603>
- Rafei M. El, Flaig M., Youngs D.L., Thornber B. Three-dimensional simulations of turbulent mixing in spherical implosions // Phys. Fluids. 2019. Vol. 31. P. 114101. <https://doi.org/10.1063/1.5113640>
- Rinderknecht H.G., Casey D.T., Hatarik R., Bionta R.M., MacGowan B.J., Patel P., Landen O.L., Hartouni E.P., Hurricane O.A. Azimuthal drive asymmetry in inertial confinement fusion implosions on the National Ignition Facility // Phys. Rev. Lett. 2020. Vol. 124. P. 145002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.145002>
- Roe P.L. Approximate Riemann Solvers, parameter vectors, and difference schemes // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 43. P. 357–372. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90128-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90128-5)
- Schwendeman D.W., Whitham G.B. On converging shock waves // Proc. R. Soc. Lond. A. 1987. Vol. 413. P. 297.
- Schwendeman D.W. On converging shock waves of spherical and polyhedral form // J. Fluid Mech. 2002. Vol. 454. P. 365–386. <https://doi.org/10.1017/S0022112001007170>.
- Wang T., Zhong M., Wang B., Li P., Bai J. Evolution of turbulent mixing driven by implosion in spherical geometry // J. Turbul. 2023. Vol. 24. P. 419–444. <https://doi.org/10.1080/14685248.2023.2231878>
- Whitham G.B. A new approach to problems of shock dynamics Part II Three-dimensional problems // J. Fluid Mech. 1959. Vol. 5. P. 369. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211205900026X>
- Whitham G.B. Linear and Nonlinear Waves. Wiley. 1999. <https://doi.org/10.1002/9781118032954>
- Yang Z., Zhang B. Numerical and experimental analysis of detonation induced by shock wave focusing // Combustion and Flame. 2023. Vol. 251. P. 112691. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2023.112691>
- Youngs D., Williams R. Turbulent mixing in spherical implosions // Int. J. Numer. Methods Fluids. 2008. Vol. 56. P. 1597. <https://doi.org/10.1002/fld.1594>

## **LIMITATION OF CUMULATION AND GENERATION OF VORTEX STRUCTURES IN CONVERGING SHOCK WAVE WITH BROKEN SYMMETRY**

**© 2025 A. V. Konyukhov\*, T. A. Rostilov**

*Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

\**E-mail: konyukhov\_av@mail.ru*

Calculations of a vortex structure formation in the vicinity of the focus of a perturbed converging shock wave were performed, based on the compressible Euler equations in the framework of 2D formulation. The low-mode perturbation leading to limited cumulation is considered. At the stage of the converging shock wave, the latter is a source of flow vorticity, the intensity of which increases with decreasing distance to the focus according to a power law. The formation of the most intense vortices is observed on the scale of the transition from the Mach to the proper (regular) interaction of segments of the converging shock wave. It is shown that the presence, along with the second mode, of intermediate unstable modes leads to the intensification of mixing of high-entropy gas in the vicinity of the shock wave focus. In the presence of only the second mode, the hot high-entropy gas is concentrated in the cores of two vortex pairs formed as a result of the interaction of two converging jets. For the first time, it is shown that a small perturbation by shear in the plane of symmetry on the generation scale leads to asymmetric flow swirl on the scale of the cessation of cumulation.

**Keywords:** numerical simulation, converging shock waves, shock wave focusing, cumulation, symmetry, polygonal converging shock waves, vortex structures, turbulence.