

УДК 539.3

РАСЧЕТ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОРОДНОМ МАССИВЕ ВБЛИЗИ ВЫРАБОТАННОГО ПРОСТРАНСТВА НА ОСНОВЕ НЕЛОКАЛЬНОЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

© 2024 г. Д. С. Журкина*, С. В. Лавриков**, А. Ф. Ревуженко***

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, Новосибирск, Россия***E-mail: daria.zhurk@gmail.com****E-mail: lvk64@mail.ru*****E-mail revuzhenko@yandex.ru*

В рамках нелокальной модели градиентного типа рассмотрена задача о перераспределении напряжений в массиве в окрестности двух параллельных выработок. Определяющие уравнения описывают пластические межзеренные сдвиги и локальную неоднородность. При описании кинематики в плоском случае используются два независимых поля перемещений. Как следствие, модель содержит структурный параметр, включающий размерность длины и описывающий локальные изгибы элементарных объемов. Даны примеры расчетов развития зон пластических деформаций в приконтурной зоне массива, определены области повышенной концентрации напряжений. Показано, что учет локальных изгибов, с одной стороны, приводит к уменьшению пластических сдвигов в приконтурной зоне, с другой – к более глубокому проникновению вглубь массива областей высокой концентрации напряжений.

Ключевые слова: породный массив, выработка, математическая модель, нелокальное поведение, изгиб, упругость, пластические сдвиги, расчет, концентрация напряжений.

Для цитирования: Журкина Д.С., Лавриков С.В., Ревуженко А.Ф. Расчет концентрации напряжений в породном массиве вблизи выработанного пространства на основе нелокальной упругопластической модели // Динамические процессы в геосферах. 2024. Т. 16. № 3. С. 50–62. http://doi.org/10.26006/29490995_2024_16_3_50

Введение

Геосреда является многомасштабной и характеризуется иерархией структурных уровней. В настоящее время данное утверждение становится общепризнанным [Ревуженко и др., 1974; Садовский, 1979; Садовский и др., 1982; Викулин, Иванчин, 2013; Кочарян, 2016]. Большую роль в этом сыграла фундаментальная работа академика М. А. Садовского «О естественной кусковатости горных пород» [Садовский, 1979].

Необходимо отметить далеко идущие последствия такого многомасштабного подхода к исследованию геосреды. Главными здесь являются два обстоятельства. Первое связано с тем, что многомасштабность – это не есть исключительная особенность геосреды. Скорее наоборот, многомасштабность – это общее свойство большинства реальных сред и процессов: процессов пластического деформирования и разрушения твердых тел, турбулентных течений вязких жидкостей и т. д. [Гриняев и др., 1985; Физическая..., 1985; Заславский, Сагдеев, 1988; Ландау, Лившиц, 1988].

Второе обстоятельство связано с тем, что согласно известному высказыванию Галилея, все явления «написаны на языке математики». Поэтому теоретические исследования многомасштабных сред предполагают и построение адекватных математических моделей. Большинство используемых моделей основано на концепции вещественной прямой. Однако вещественная прямая представляет собой только одномасштабный объект. Если за масштаб принять длину шага, то стартуя из любой

точки прямой, за конечное число шагов можно добраться до любой другой точки этой прямой (аксиома Архимеда [Немыцкий и др., 1940]). Значит, для описания многомасштабных явлений есть смысл пересмотреть саму концепцию обычной, т. е. одномасштабной, архимедовой прямой. В этом направлении выполнен целый ряд работ, например, [Девис, 1980; Альбевериио и др., 1990; Ревуженко, 2012], в которых содержится дальнейшая библиография. Согласно [Альбевериио и др., 1990], геометрическая прямая, или континуум, может нести в себе множество точек более богатое, чем множество обычных действительных чисел. Это, кроме прочего, дает нам подходящие рамки для геометрического анализа физических явлений со многими масштабами.

Одно из направлений учета многомасштабной структуры связано с использованием механики обобщенных сред и моделей с микроструктурой [Кунин, 1975; Ерофеев, 1999; Смолин, 2006; Алтухов и др., 2019; Ревуженко, 2021; Журкина, Лавриков, 2024; Lavrikov, Revuzhenko, 2018]. Ниже рассмотрим численное решение задачи механики горных пород в рамках модели [Ревуженко, 2021; Журкина, Лавриков, 2024].

Математическая модель

Предположим, что расчетная область (деформация плоская), в которой требуется определить распределение напряжений и деформаций, разбита дискретной сеткой на квадратные ячейки – частицы (рис. 1).

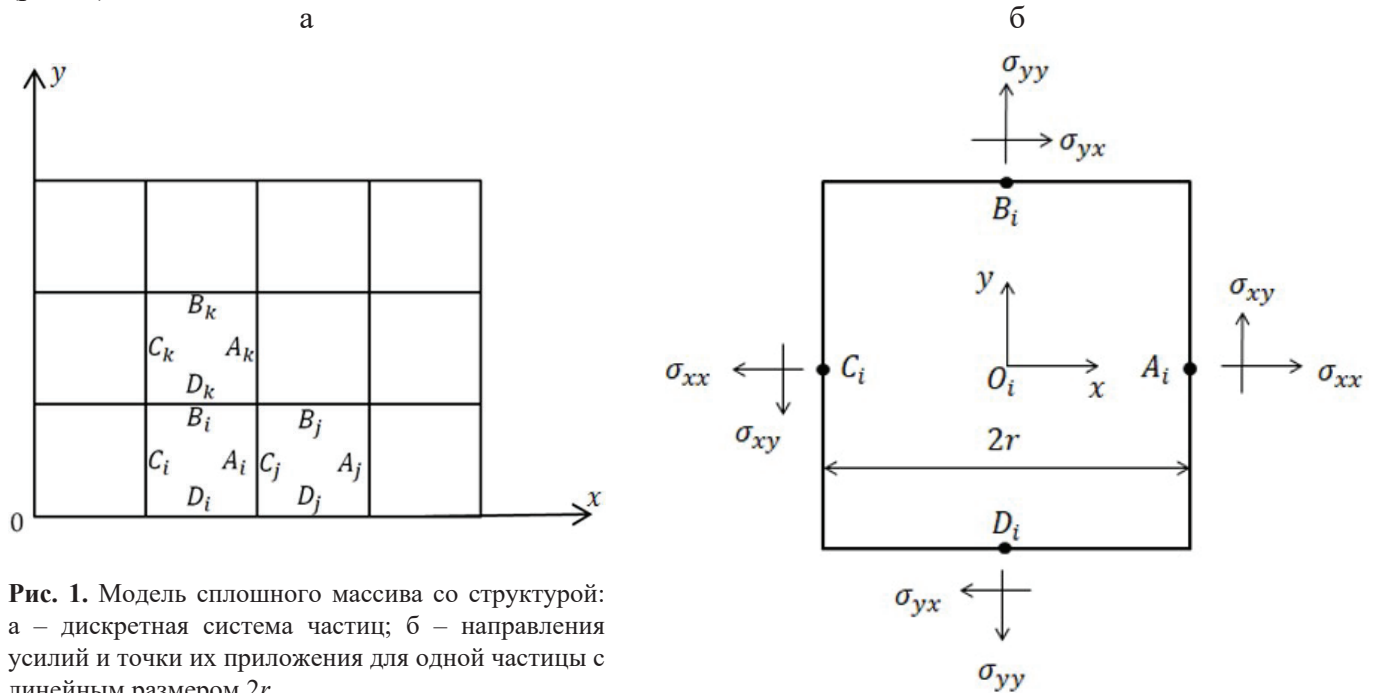


Рис. 1. Модель сплошного массива со структурой: а – дискретная система частиц; б – направления усилий и точки их приложения для одной частицы с линейным размером $2r$

Обозначим через $2r$ линейный размер частиц. В качестве искомых функций рассмотрим $u_x(A_i), \dots, u_y(D_i)$ – компоненты вектора смещений на каждой из четырех граней i -частицы и $\sigma_{xx}(A_i), \dots, \sigma_{yy}(D_i)$ – компоненты тензора напряжений на этих гранях, $i = \overline{1, N}$, N – общее число частиц в расчетной области (см. рис. 1б). Систему уравнений [Журкина, Лавриков, 2024] запишем в виде конечно-разностной схемы:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{xx}(C_i) - \sigma_{yx}(D_i) + X(O_i) &= 0, \\ \sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{xy}(A_i) - \sigma_{yy}(D_i) - \sigma_{xy}(C_i) + Y(O_i) &= 0, \\ \sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{xy}(C_i) - \sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{yx}(D_i) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{u_x(A_i) - u_x(C_i)}{2r} &= \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)}{2} - \nu \frac{\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)}{2} \right), \\
 \frac{u_y(B_i) - u_y(D_i)}{2r} &= \frac{1}{E} \left(\frac{\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)}{2} - \nu \frac{\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)}{2} \right), \\
 \frac{u_y(A_i) - u_y(C_i)}{2r} + \frac{u_x(B_i) - u_x(D_i)}{2r} &= \frac{1 + \nu}{E} \left(\frac{\sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{xy}(C_i)}{2} + \frac{\sigma_{yx}(B_i) + \sigma_{yx}(D_i)}{2} \right), \\
 \frac{u_x(A_i) + u_x(C_i)}{2} - \frac{u_x(B_i) + u_x(D_i)}{2} &= \xi \left(\frac{\sigma_{xx}(A_i) - \sigma_{xx}(C_i)}{2r} - \frac{\sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{yx}(D_i)}{2r} \right), \\
 -\frac{u_y(A_i) + u_y(C_i)}{2} + \frac{u_y(B_i) + u_y(D_i)}{2} &= \xi \left(-\frac{\sigma_{xy}(A_i) - \sigma_{xy}(C_i)}{2r} + \frac{\sigma_{yy}(B_i) - \sigma_{yy}(D_i)}{2r} \right).
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{u_x(A_i) + u_x(C_i)}{2} - \frac{u_x(B_i) + u_x(D_i)}{2} &= \xi \left(\frac{\sigma_{xx}(A_i) - \sigma_{xx}(C_i)}{2r} - \frac{\sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{yx}(D_i)}{2r} \right), \\
 -\frac{u_y(A_i) + u_y(C_i)}{2} + \frac{u_y(B_i) + u_y(D_i)}{2} &= \xi \left(-\frac{\sigma_{xy}(A_i) - \sigma_{xy}(C_i)}{2r} + \frac{\sigma_{yy}(B_i) - \sigma_{yy}(D_i)}{2r} \right).
 \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $X(O_i)$, $Y(O_i)$ – компоненты вектора массовых сил (приложены в центре частицы), E , ν – упругие постоянные частиц, ξ – структурный параметр.

Уравнения (1) представляют собой систему уравнений равновесия для i -частицы среды, (2) – дискретный аналог закона Гука, соотношения (3) описывают неоднородную деформацию частиц. В классической теории упругости соотношения (3) явно не формулируются. Они неявно содержатся в предположении о гладкости поля перемещений, т. е. в постулате о диффеоморфизме [Трусов, 2009]. Требование гладкости поля смещений означает, что левые части соотношений (3) тождественно равны нулю, и, следовательно, структурный параметр $\xi = 0$. Таким образом, описанная модель при $\xi \rightarrow 0$ допускает предельный переход к модели линейно-упругого тела. Условие $\xi \neq 0$ ослабляет требование гладкости поля смещений. Фактически, условие $\xi \neq 0$ в (3) означает, что для описания кинематики вместо одного гладкого поля смещений введено два независимых гладких поля: одно поле для левой и правой границы частицы в точках A_i , C_i , другое поле – для верхней и нижней границы в точках B_i , D_i . В результате соотношения (3) описывают локальный изгиб частицы (рис. 2), а модель в целом относится к классу моделей механики обобщенных сред.

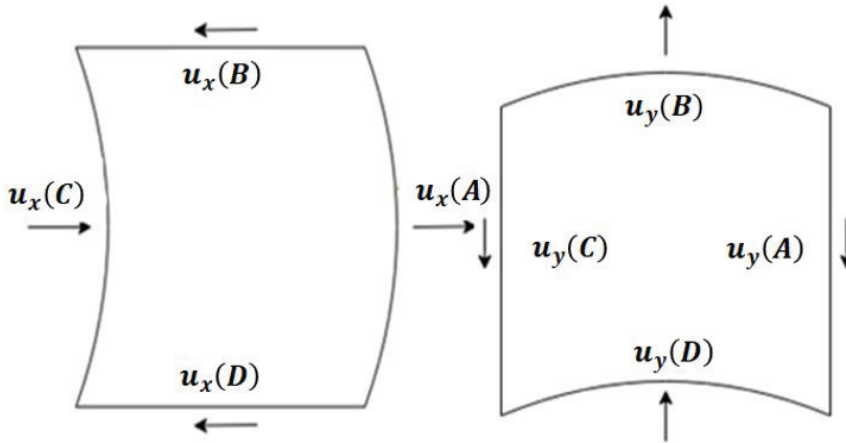


Рис. 2. Локальные изгибы частицы с линейным размером $2r$

Для замыкания уравнений (1)–(3) необходимо сформулировать условия на контактах между частицами и краевые условия рассматриваемой задачи. Для напряжений на контактах должно выполняться условие непрерывности нормальной и касательной компонент:

$$\sigma_{xx}(A_i) = \sigma_{xx}(C_j), \quad \sigma_{xy}(A_i) = \sigma_{xy}(C_j), \quad \sigma_{yx}(B_i) = \sigma_{yx}(D_k), \quad \sigma_{yy}(B_i) = \sigma_{yy}(D_k). \tag{4}$$

Здесь j – номер частицы, расположенной правее, k – номер частицы, расположенной выше i -частицы (см. рис. 1а).

Для смещений учитываются следующие условия на контактах. Для нормальной компоненты – условие непрерывности или отсутствия дилатансии среды:

$$u_x(C_j) = u_x(A_i), \quad u_y(D_k) = u_y(B_i). \quad (5)$$

Для касательной компоненты примем, что между частицами реализуются относительные проскальзывания, развивающиеся по нелинейному упругопластическому закону (рис. 3). Аппроксимируем диаграмму кусочно-линейной функцией OAB . Тогда условия разрыва касательной компоненты смещений можно записать в виде следующих соотношений в приращениях:

$$\frac{\Delta u_x(D_k) - \Delta u_x(B_i)}{2r} = \frac{\Delta \sigma_{yx}(B_i)}{G^s}, \quad \frac{\Delta u_y(C_j) - \Delta u_y(A_i)}{2r} = \frac{\Delta \sigma_{xy}(A_i)}{G^s}. \quad (6)$$

Здесь модуль контактного взаимодействия равен $G^s = \begin{cases} G^e, & \gamma < \gamma_{\max} \\ G^p, & \gamma \geq \gamma_{\max} \end{cases}$.

При $G^s \rightarrow \infty$ соотношения (6) соответствуют условию непрерывности касательных смещений, т. е. отсутствию проскальзываний.

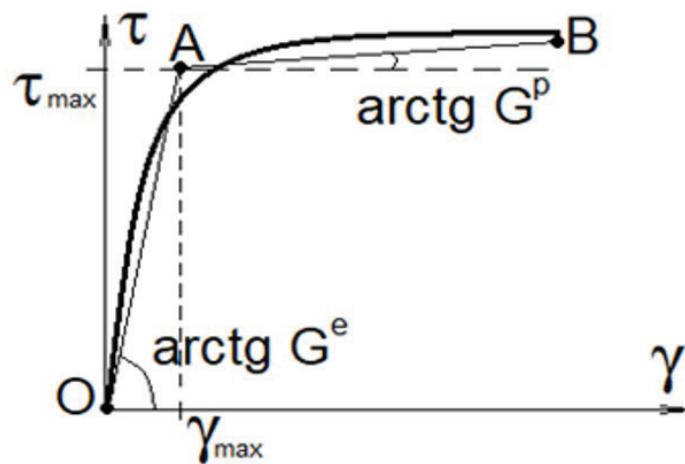


Рис. 3. Нелинейная диаграмма пластических сдвигов на контактах между частицами

Учет нелинейности диаграммы контактного взаимодействия частиц приводит к необходимости записи всех уравнений модели (1)–(6) в приращениях и к рассмотрению задачи в квазистатической постановке по шагам нагружения. Таким образом, наряду с краевыми условиями необходимо определить начальное напряженное состояние среды. Решение будем строить в виде следующего итерационного процесса:

$$u_x(A_i) = \sum_{m=1}^L \Delta u_x^m(A_i); \dots; \sigma_{yy}(D_i) = \sigma_{yy}^0(D_i) + \sum_{m=1}^L \Delta \sigma_{yy}^m(D_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (7)$$

где m – номер итерации (шага нагружения), L – число шагов нагружения, величины напряжений с верхним индексом «0» представляют собой начальные значения соответствующих компонент тензора напряжений. Такова общая схема построения решения.

Постановка задачи

Рассмотрим ближнюю зону породного массива в окрестности двух параллельных выработок. Обозначим через h размер выработки, через L_1, L_2 – линейные размеры ближней зоны массива (рис. 4). Предположим, что до прохождения выработок породный массив находился в состоянии гравитационного и тектонического сжати, начальные напряжения примем в виде линейной зависимости от веса вышележащих слоев массива:

$$\sigma_{yy}^0 = -\gamma(H - y), \quad \sigma_{xx}^0 = -\lambda\gamma(H - y), \quad \sigma_{xy}^0 = 0, \quad (8)$$

где γ – удельный вес пород, H – глубина ведения очистных работ, λ – коэффициент бокового распора.

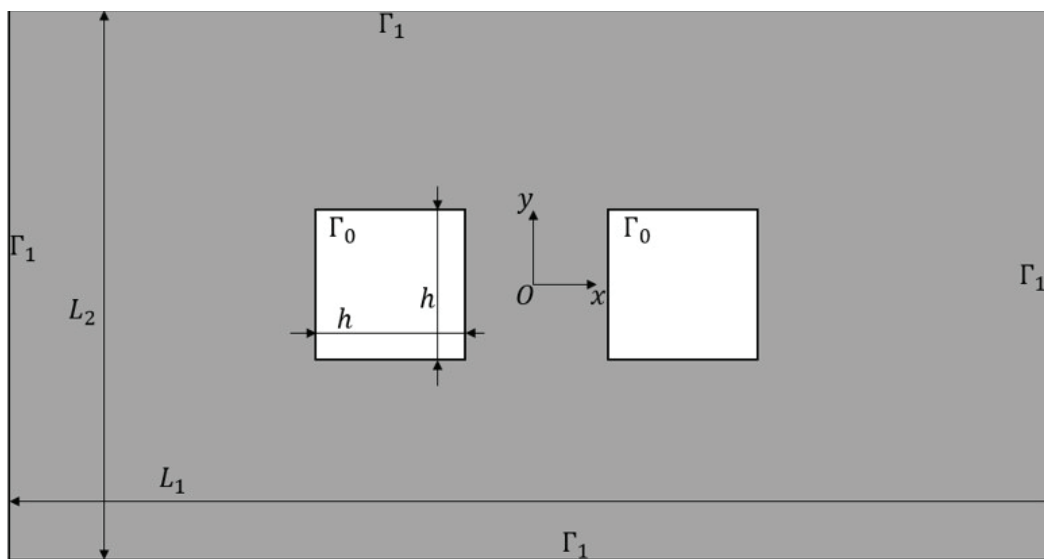


Рис. 4. Расчетная область – ближняя зона массива в окрестности пары выработок

Очевидно, что начальное напряженное состояние (8) удовлетворяет уравнениям равновесия с учетом массовых сил. Пусть теперь в массиве на глубине H осуществляется проходка двух параллельных выработок с контуром Γ_0 (см. рис. 4). Моделирование процесса будем проводить следующим образом. Мысленно удалим материал внутри выработок и заменим его воздействие на окружающий массив заданием эквивалентного отпора крепи. Равновесное состояние массива при этом сохранится. Теперь последовательно будем уменьшать отпор крепи на границе Γ_0 вплоть до полной разгрузки контура выработок. Это приведет к перераспределению напряжений в ближней зоне массива и, как следствие, к развитию сдвигов на границах между частицами. При достижении сдвигами критического значения $\gamma_{\max}$ в соответствии с диаграммой, представленной на рис. 3, характер деформирования будет меняться – в массиве будут развиваться зоны пластических деформаций.

Описанные условия нагружения соответствуют заданию следующих краевых условий (в приращениях) на контуре Γ_0 :

$$\Delta\sigma_n^k|_{\Gamma_0} = -\Delta d^k \sigma_n^0, \quad \Delta\tau_n^k|_{\Gamma_0} = -\Delta d^k \tau_n^0, \quad (9)$$

где σ_n^0, τ_n^0 – начальные нормальные и касательные напряжения на контуре, $\Delta\sigma_n^k, \Delta\tau_n^k$ – соответствующие их приращения на k -шаге нагружения, $0 \leq \Delta d^k \leq 1$ – приращение безразмерного параметра нагружения – доля начального напряжения, снимаемого на k -шаге нагружения, условие $d = \sum_k \Delta d^k = 1$ соответствует полной разгрузке контура.

Внешнюю границу расчетной области Γ_1 считаем достаточно удаленной от контура выработок, на ней примем условия

$$\Delta\sigma_n^k|_{\Gamma_1} = 0, \quad \Delta\tau_n^k|_{\Gamma_1} = 0. \quad (10)$$

Система уравнений (1)–(6) вместе с начальными и краевыми условиями (8)–(10) образует замкнутую систему алгебраических уравнений высокого порядка, описывающую неизвестные приращения смещений и напряжений на границах частиц. Порядок системы удастся понизить вдвое, если из уравнений (1)–(3) выразить компоненты приращений напряжений через компоненты приращений смещений и подставить данные выражения в оставшиеся уравнения. В результате задача сводится к решению системы алгебраических уравнений только относительно неизвестных приращений смещений. Решение этой системы будем осуществлять численно методом Гаусса с выбором главного элемента по строке.

Построение решения предполагает учет изменяющихся свойств среды в процессе нагружения. Поэтому после решения задачи на очередном шаге нагружения определяются суммарные касательные усилия и сдвиги между частицами и проверяется условие выхода диаграммы скольжения в область пластических сдвигов. Если на каком-либо контакте величина касательного напряжения достигает критического значения $\tau_{\max}$ (см. рис. 3), то модуль контактного взаимодействия на данном участке меняется с упругого значения $G^s = G^e$ на пластическое $G^s = G^p$, матрица жесткости перестраивается, и выполняется следующий шаг нагружения массива с уже измененными свойствами. В целом решение упругопластической задачи строится с помощью итерационного процесса (8).

Результаты расчетов

Для численного решения задачи выберем следующие параметры: $H = 500$ м, средняя плотность пород $\rho = 2700$ кг/м³, геометрические размеры $h = 3$ м, $L_1 = 30$ м, $L_2 = 20$ м, средний размер частиц структуры $r = 0.2$ м. Для описания упругих свойств выберем осредненные упругие постоянные в виде $E = 10^9$ Па и $\nu = 0.25$. Пластический сдвиг на межблочных контактах будем моделировать заданием предельного касательного усилия $\tau_{\max} = 0.8$ МПа и критической величины сдвига $\gamma_{\max} = 10^{-5}$, которая составляет доли процента от характерных деформаций массива на рассматриваемой глубине, т. е. на стадии упругого деформирования соответствует практически полному отсутствию проскальзываний. При заданных параметрах характерное давление массива на глубине ведения очистных работ составляет $p = 13.24$ МПа. Величины коэффициента бокового распора λ и структурного параметра ζ будем варьировать.

Решение задачи и представление результатов будем осуществлять в безразмерных величинах. Для этого все параметры размерности длины отнесем к линейному размеру выработки h , параметры размерности напряжений – к характерному давлению на глубине p . Параметр ζ имеет размерность [м²/Па] и относится к величине h^2/p .

Упругопластическое поведение массива в случае преимущественно гравитационного напряженного состояния

Рассмотрим задачу с преобладанием гравитационных сил. Коэффициент бокового распора выберем равным $\lambda = 0.4$ и будем варьировать только структурный параметр ζ . В качестве меры напряженного состояния массива используем максимальное касательное напряжение:

$$\tau = 0.5 \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}.$$

Здесь σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} определяются как средние напряжения в частицах: $\sigma_{xx} = (\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)) / 2$, $\sigma_{yy} = (\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)) / 2$, $\sigma_{xy} = (\sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{yx}(B_i) + \sigma_{xy}(C_i) + \sigma_{yx}(D_i)) / 4$.

На рис. 5 показаны результаты расчета, когда локальная неоднородность среды (локальные изгибы) не проявляется ($\zeta \rightarrow 0$). Учитывая, что в расчетах участвуют все уравнения модели, включая уравнения на изгибы (3), в численной реализации заменим условие $\zeta = 0$ на условие $\zeta = 10^{-9}$. В этом случае модель описывает классическое упругопластическое поведение геосреды с упрочнением. Видно, что по мере уменьшения отпора крепи на контурах параллельных выработок максимальное касательное напряжение увеличивается, а область с повышенной концентрацией напряжений развивается преимущественно в бортах выработок. В момент полной разгрузки контура (параметр нагружения $d = 1$, рис. 5г) максимальная концентрация касательного напряжения составляет $\tau = 0.75$.

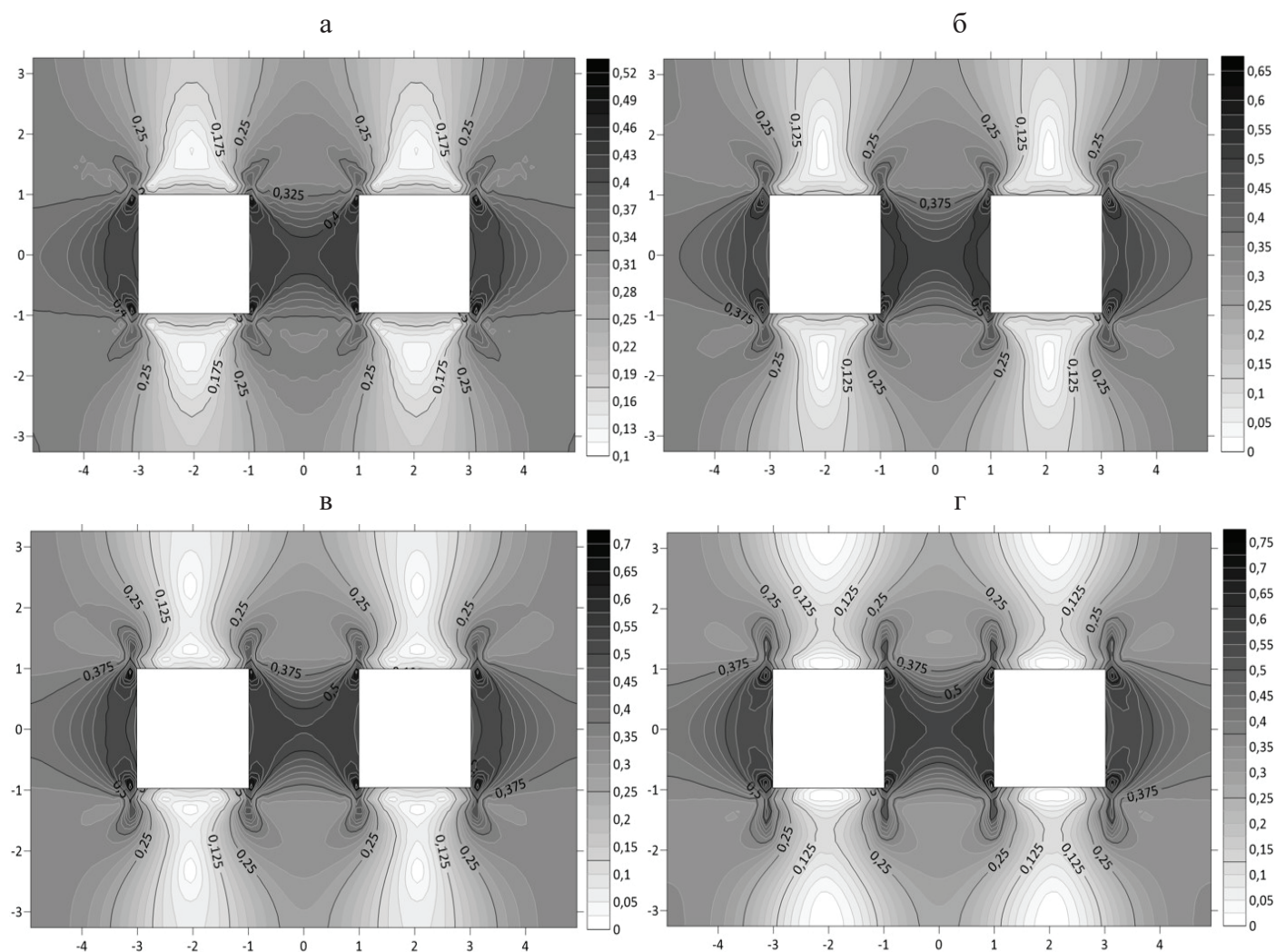


Рис. 5. Изолинии τ при $\zeta \rightarrow 0$: а – разгрузка контура 41% ($d = 0.41$), б – разгрузка контура 73% ($d = 0.73$), в – разгрузка контура 91% ($d = 0.91$), г – полная разгрузка контура ($d = 1$)

На рис. 6 темным цветом отмечены зоны пластических сдвигов между частицами в момент полной разгрузки контура выработанного пространства. Видно, что зоны пластических смещений распространяются от углов выработок (концентраторов напряжений) вглубь массива, в основном, в направлении действия гравитационных напряжений.

Теперь будем усиливать влияние локальных изгибов частиц, т. е. увеличивать структурный параметр ζ . Результаты моделирования показывают, что учет локальных изгибов существенно влияет на формирование зон повышенной концентрации напряжений и на развитие пластических деформаций в ближней зоне массива.

На рис. 7 показаны результаты двух различных расчетов, соответствующих моменту полной разгрузки контура $d = 1$ при увеличении ζ .

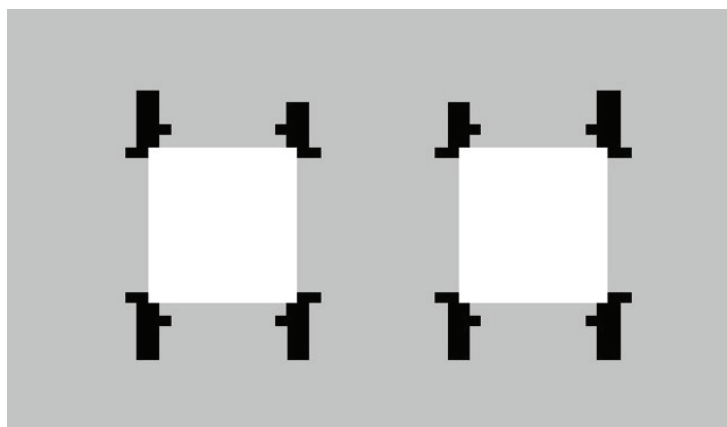


Рис. 6. Зона пластических деформаций при $\zeta \rightarrow 0$ в момент полной разгрузки контура $d = 1$

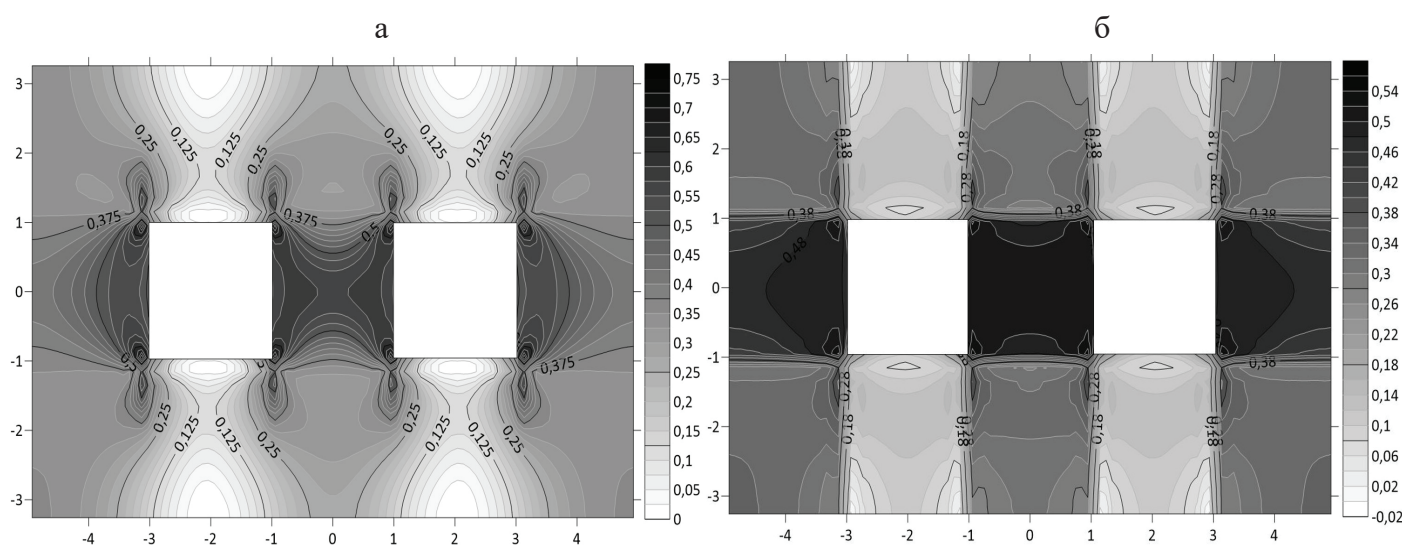


Рис. 7. Изолинии τ в момент полной разгрузки контура выработок при $d = 1$: а – $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-4}$, б – $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$ в случае преимущественно гравитационного напряженного состояния

Рост параметра ζ приводит к некоторому снижению абсолютной величины концентрации напряжений τ . Область высокой концентрации напряжений существенно расширяется и распространяется дальше вглубь массива. Это позволяет предположить, что усиление роли локальных изгибов в деформационном процессе способствует формированию более протяженных силовых цепочек, передающих нагрузку от контура выработанного пространства вглубь массива. Снижение концентрации напряжений при заданных параметрах составило $\sim 28\%$, со значения $\tau = 0.75$ (при $\zeta \rightarrow 0$) до $\tau = 0.54$ (при $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$). Анализ проскальзываний на границах между частицами показывает, что с ростом ζ область распространения пластических деформаций, напротив, уменьшается. Так, при заданных параметрах задачи в случае $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-4}$ зоны пластических сдвигов занимают практически вдвое меньшую площадь в сравнении с показанной на рис. 6, а при $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$ они вовсе не успевают сформироваться вплоть до полной разгрузки контура выработок. Иными словами, перераспределение горного давления при разгрузке контуров выработок происходит таким образом, что большую часть нагрузки воспринимают на себя именно частицы среды за счет локальных изгибов, при этом проскальзывания между частицами становятся меньше критических и зоны пластических деформаций не развиваются.

Дальнейшее увеличение параметра ζ приводит к существенно менее выраженному влиянию на напряженно-деформированное состояние массива.

Упругопластическое поведение массива в случае преимущественно тектонического напряженного состояния

Рассмотрим примеры расчета в случае преимущественного действия в массиве тектонических напряжений. Отметим, что в [Еременко и др., 2012; Ловчиков, 2017; Сидоров и др., 2018] утверждается, что одной из причин повышенной удароопасности рудников Западной Сибири является преимущественно тектонический тип естественного напряженного состояния массива. Зададим коэффициент бокового распора равным $\lambda = 1.5$ и, по-прежнему, будем варьировать значение структурного параметра.

Решение упругопластической задачи при $\zeta \rightarrow 0$ показывает, что зона повышенной концентрации напряжений теперь развивается в кровле и почве выработок. В момент полной разгрузки контура выработанного пространства максимальное касательное напряжение составляет $\tau = 0.95$ (рис. 8).

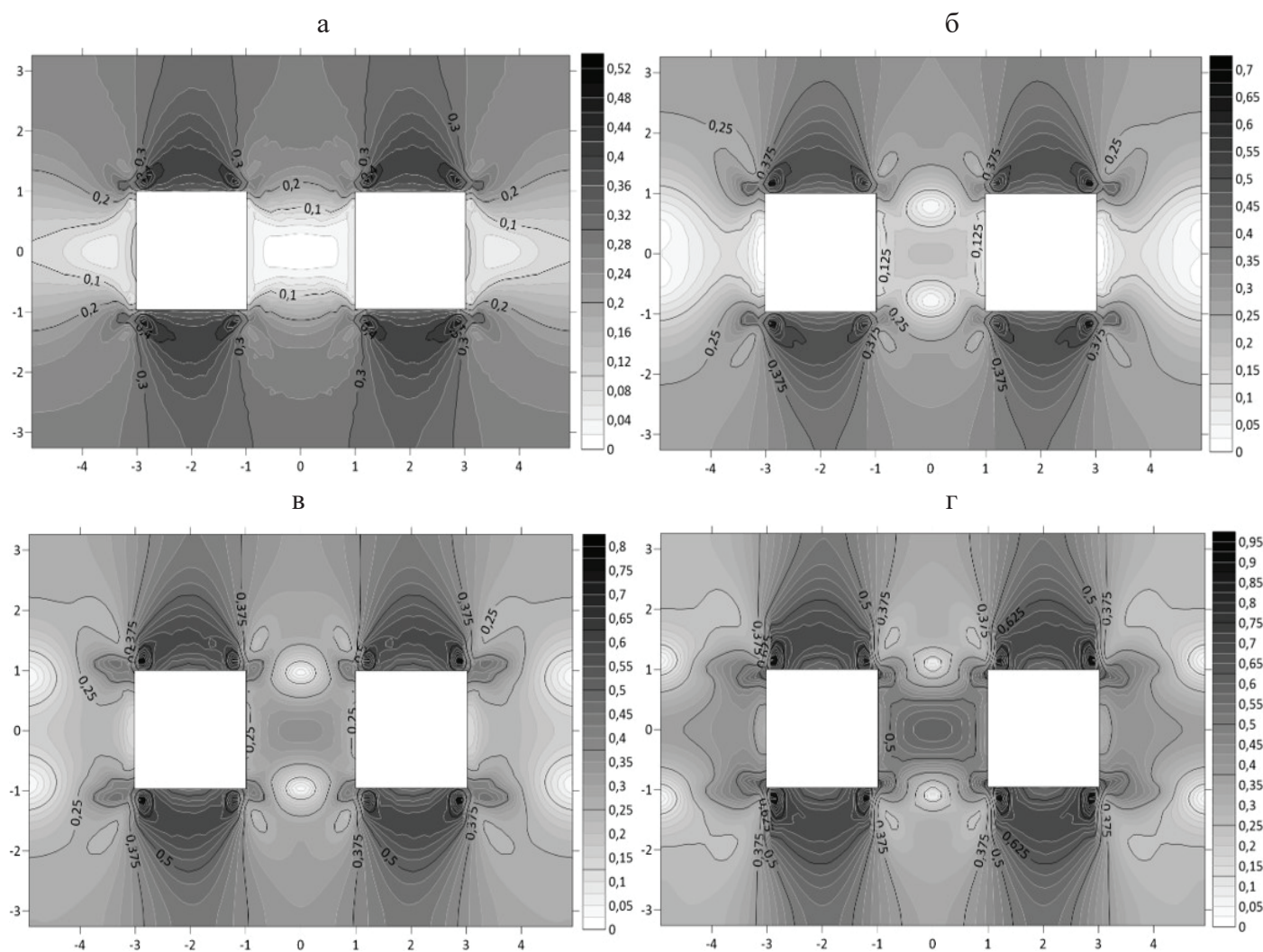


Рис. 8. Изолинии τ при $\lambda = 1.5$, $\zeta \rightarrow 0$: а – разгрузка контура 30% ($d = 0.3$), б – разгрузка контура 52% ($d = 0.52$), в – разгрузка контура 85% ($d = 0.85$), г – полная разгрузка контура ($d = 1$)

На рис. 9 приведены зоны пластических деформаций. Видно, что пластические сдвиги развиваются от концентраторов напряжений преимущественно в направлениях действия тектонических усилий.

На рис. 10 приведены результаты двух расчетов, соответствующих моменту полной разгрузки контура $d = 1$ по мере роста ζ . Увеличение ζ до $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$ приводит к снижению абсолютной

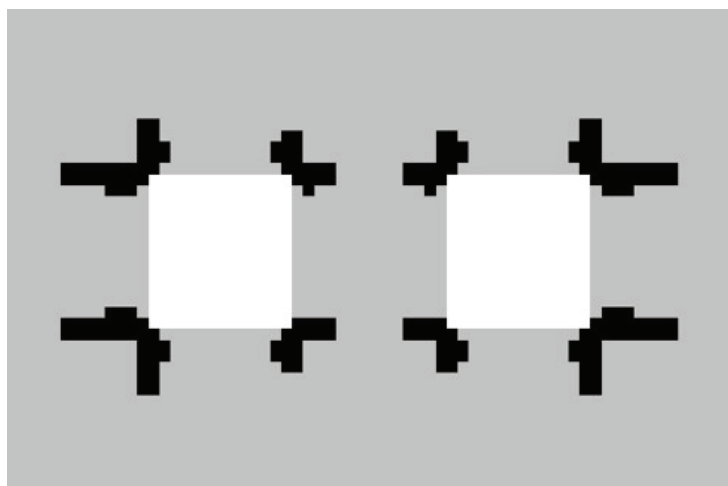


Рис. 9. Зона пластических деформаций при $\zeta \rightarrow 0$ в момент полной разгрузки контура $d = 1$

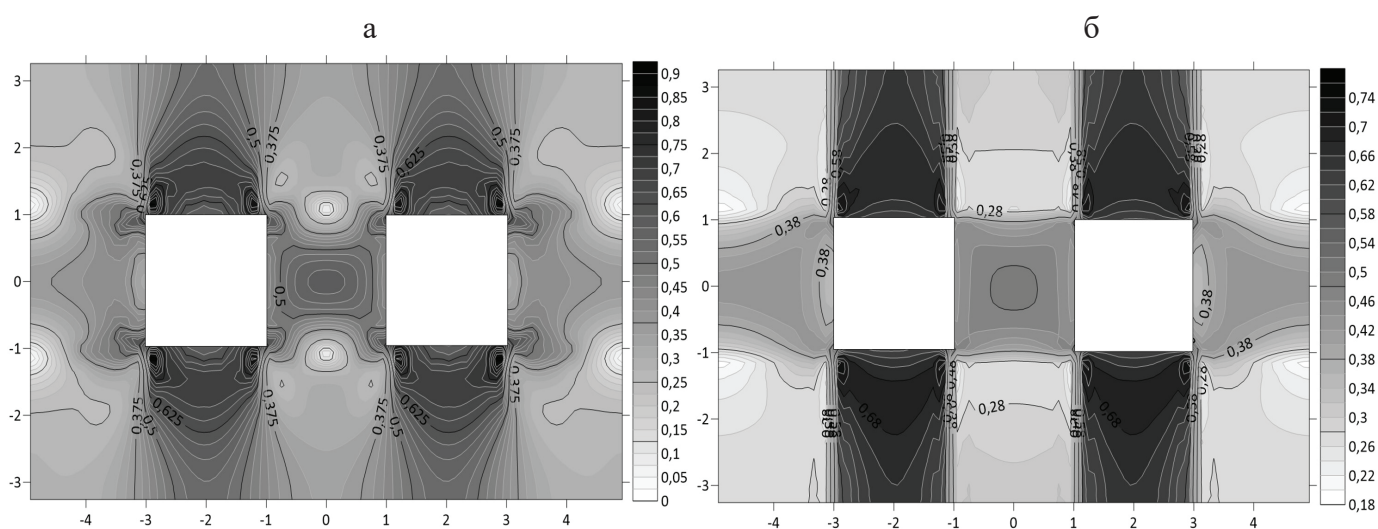


Рис. 10. Изолинии τ в момент полной разгрузки контура выработок при $d = 1$: а – $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-4}$, б – $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$ в случае преимущественно тектонического напряженного состояния

концентрации максимальных касательных напряжений на 21% (с $\tau = 0.95$ до $\tau = 0.75$). При этом область высокой концентрации напряжений, как и ранее, существенно расширяется и распространяется дальше вглубь массива.

Расчеты показывают, что по мере увеличения изгибов частиц пластические сдвиги между ними уменьшаются, при $\zeta = 1.5 \cdot 10^{-2}$ зона пластических деформаций вовсе не успевает сформироваться до момента полной разгрузки контуров выработанного пространства.

Полученные результаты позволяют заключить следующее. Известно, что в силу блочно-иерархического строения горных пород в массиве могут присутствовать зоны с сосредоточенными в них внутренними самоуравновешенными напряжениями [Ставрогин, Ширкес, 1986; Лавриков, Ревуженко, 1990; Пономарев, 2011; Адушкин и др., 2016]. Внешне такие зоны хотя и находятся в равновесном состоянии, но это равновесие неустойчиво. Незначительное внешнее воздействие (триггер) способно вывести такие напряжения из равновесия и спровоцировать нежелательные динамические явления (стреляние, толчки, горные удары). Формирование в породном массиве длинных силовых цепочек и передача значительной доли нагрузки от контура выработанного пространства вглубь массива может выступить в роли указанного триггера и спровоцировать высвобождение накопленной упругой энергии массива.

Выводы

Рассмотренная модель нелокального типа с учетом упругопластических сдвигов и локальных изгибов позволяет проводить анализ напряженно-деформированного состояния и определять характер распространения областей повышенной концентрации напряжений в породном массиве в зоне влияния выработанного пространства. Повышение роли структурной неоднородности (увеличение локальных изгибов) приводит к снижению пластических деформаций геосреды. Как следствие, с одной стороны, наблюдается некоторое снижение абсолютных величин максимальных касательных напряжений, с другой – имеет место существенно более глубокое проникновение зоны высокой концентрации напряжений от контура выработанного пространства вглубь массива. Последнее указывает на принципиальную возможность включения в деформационный процесс областей массива с внутренними самоуравновешенными напряжениями и возникновение динамических проявлений горного давления.

Финансирование

Работа выполнена в рамках проекта ФНИ (проект № 121052500138-4).

Список литературы

- Адушкин В.В., Кочарян Г.Г., Остапчук А.А. О параметрах, определяющих долю энергии, излучаемой при динамической разгрузке участка массива горных пород // ДАН. 2016. Т. 467. № 1. С. 86–90. <https://doi.org/10.7868/S0869565216070173>
- Алтухов В.И., Лавриков С.В., Ревуженко А.Ф. Анализ концентрации напряжений в целиках горной породы в рамках нелокальной упругой модели со структурным параметром // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. 2019. Т. 1. № 6. С. 39–45. <http://dx.doi.org/10.15372/FPVGN2019060106>
- Альбеверио С., Фенстад Й., Хеэг-Крон Р., Линдстрем Т. Нестандартные методы в стохастическом анализе и математической физике. М. : Мир. 1990. – 616 с.
- Викулин А.В., Иванчин А.Г. О современной концепции блочно-иерархического строения геосреды и некоторых ее следствиях в области наук о Земле // ФТПРПИ. 2013. № 3. С. 67–84. <https://elibrary.ru/qiqifl>
- Гриняев Ю.В., Лихачев В.А., Панин В.Е. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука. 1985. – 229 с.
- Девис М. Прикладной нестандартный анализ. М. : Мир. 1980. – 236 с.
- Еременко В.А., Гахова Л.Н., Семенякин Е.Н. Формирование зон концентрации напряжений и динамических явлений при отработке рудных тел Таштагольского месторождения на больших глубинах // ФТПРПИ. 2012. № 2. С. 80–87. <https://elibrary.ru/pasrld>
- Ерофеев В.И. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой. М. : МГУ. 1999. – 328 с.
- Журкина Д.С., Лавриков С.В. К расчету концентрации напряжений в зоне влияния очистного забоя в рамках упругопластической модели градиентного типа // ФТПРПИ. 2024. № 3. С. 24–36. <https://doi.org/10.15372/FTPRPI20240303>
- Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса. М. : Наука, Физматлит. 1988. – 368 с.
- Кунин И.А. Теория упругих сред с микроструктурой. М. : Наука. 1975. – 416 с.
- Кочарян Г.Г. Геомеханика разломов. М. : Геос. 2016. – 424 с.
- Лавриков С.В., Ревуженко А.Ф. О деформировании блочной среды вокруг выработки // ФТПРПИ. 1990. № 6. С. 7–15. <https://elibrary.ru/zswoap>
- Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. М. : Наука. 1988. – 736 с.
- Ловчиков А.В. Различия в опасности горных ударов на рудниках и угольных шахтах // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. 2017. Т. 4. № 2. С. 105–111.
- Немыцкий В.В., Слудская М.И., Черкасов А.Н. Курс математического анализа. Т. 1. М.; Л. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит. 1940. – 459 с.
- Пономарев В.С. Проблемы изучения энергетически активной геологической среды // Геотектоника. 2011. № 2. С. 66–75. <https://elibrary.ru/nsylbr>

Ревуженко А.Ф. Математический анализ функций неархимедовой переменной. Специализированный математический аппарат для описания структурных уровней геосреды. Новосибирск: Наука. 2012. – 327 с.

Ревуженко А.Ф. Трехмерная модель линейно упругого тела со структурой // Физическая мезомеханика. 2021. Т. 24. № 3. С. 26–35. <https://doi.org/10.24412/1683-805X-2021-3-26-35>

Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И. О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // ФТПРПИ. 1974. № 4. С. 130–133.

Садовский М.А. О естественной кусковатости горных пород // ДАН СССР. 1979. Т. 247. № 4. С. 829–831.

Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. О свойстве дискретности горных пород // Физика Земли. 1982. № 12. С. 3–18.

Сидоров Д.В., Потапчук М.И., Сидляр А.В. Прогнозирование удароопасности тектонически нарушенного рудного массива на глубоких горизонтах Николаевского полиметаллического месторождения // Записки Горного института. 2018. Т. 234. С. 604–611. <https://doi.org/10.31897/PMI.2018.6.604>

Смолин И.Ю. Использование микрополярных моделей для описания пластического деформирования на мезоуровне // Математическое моделирование систем и процессов. 2006. № 14. С. 189–205. <https://elibrary.ru/pauauz>

Ставрогин А.Н., Ширкес О.А. Явление последействия в горных породах, вызванное предшествующей необратимой деформацией // ФТПРПИ. 1986. № 4. С. 16–27.

Трусов П.В. Некоторые вопросы нелинейной механики деформируемого тела (в порядке обсуждения) // Математическое моделирование систем и процессов. 2009. Т. 17. С. 85–95. <https://elibrary.ru/kxuhnb>

Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / под ред. В.Е. Панина. Новосибирск: Наука. 1985. Т. 1. – 298 с. Т. 2. – 320 с.

Lavrikov S.V., Revuzhenko A.F. Model of linear elasticity theory with a structural parameter and stress concentration analysis in solids under deformation: AIP Conf. Proc. 2018. Vol. 2051. P. 020167. <https://doi.org/10.1063/1.5083410>

CALCULATION OF THE STRESS CONCENTRATION IN A ROCK MASS NEAR A MINED-OUT SPACE BASED ON A NONLOCAL ELASTIC-PLASTIC MODEL

© 2024 D. S. Zhurkina*, S. V. Lavrikov**, A. F. Revuzhenko***

Chinakal Institute of Mining, Siberian Division of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

**E-mail: daria.zhurk@gmail.com*

***E-mail: lvk64@mail.ru*

****E-mail: revuzhenko@yandex.ru*

The problem of stress redistribution in a rock mass in the cross of two parallel workings is considered within the framework of a non-local gradient model. The constitutive equations describe plastic intergranular shifts and local heterogeneity. Two independent displacement fields are used to describe the kinematics in the plane case. As a result, the model contains a structural parameter that includes the length dimension and describes local bends of elementary volumes. Examples of numerical simulations of the development of plastic deformation zones nearby the opening contour of the rock mass are given, and areas of increased stress concentration are determined. It is shown that taking into account local bends, on the one hand, leads to a decrease in plastic shifts nearby the opening contour, and on the other hand, to a deeper penetration of areas of high stress concentration into the rock mass.

Keywords: rock mass, working, mathematical model, non-local behavior, bending, elasticity, plastic shifts, calculation, stress concentration.