

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНЖЕКЦИИ ГАЗОВ В АТМОСФЕРУ ПРИ ВЗРЫВНЫХ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЯХ

И.Б. Косарев

В работе сформулирована нестационарная многокомпонентная модель для описания инжекции газов в атмосфере при взрывных вулканических извержениях. Считается, что вулканический плюм состоит из следующих компонент: пепловые (силикатные) частицы, водяной пар, вулканические газы. В качестве начальных условий для расчета модельного извержения в субтропической зоне принимались скорость вулканического выброса 400 м/с, температура 1100 К, мощность массового выброса $4,3 \cdot 10^8$ кг/с. Результаты предварительных расчетов показали, что процессы, контролирующие эволюцию воды в вулканическом плюме, оказывают сильное влияние на ход микрофизических процессов, развитие плюма как целого и на процессы седиментации частиц.

Введение

Вулканы могут инжектировать большие количества газов и частиц в стратосферу. По меньшей мере раз в 2 года вулканический выброс при сильном взрывном извержении проникает через тропопаузу в стратосферу, тем самым оказывая заметное влияние на климат на временных масштабах от нескольких месяцев до одного-двух лет [Изменение окружающей среды..., 2008, 374 с.; McCormick et al., 1995]. Влияние вулканического выброса зависит от силы извержения и времени пребывания газов и частиц в атмосфере. В процессе развития плюма вулканического извержения частицы пепла модифицируются, участвуя в разного рода физикохимических процессах. Численное моделирование эволюции плюма является эффективным средством исследования этих процессов.

В настоящее время опубликовано достаточно большое количество работ по численному моделированию конвективных облаков в атмосфере, в которых описывается эволюция облака на основе численного решения уравнений газодинамики многофазной среды при наличии на земной поверхности или в атмосфере тепловых источников большой мощности [см. например, Dovgalyuk et al., 1994; Андрианов и др., 2003; Веремей и др., 2007]. Однако непосредственно в этих работах вулканические извержения не рассматривались. Детальное описание динамики развития вулканического плюма на основе многофазных моделей приведено в работах [Valentine, Wohletz, 1989; Dobran, Neri, 1993; Neri, Macedonio, 1996; Neri et al., 2002; Адушкин и др., 2008]. Вычислительные программы, используемые в этих работах, моделируют с высоким разрешением по времени и пространству развитие вулканического плюма, но не учитывают целый ряд протекающих при этом микрофизических процессов, влияющих на его динамику.

В данной работе расчеты проведены на основе подхода, используемого при построении нестационарной модели ATHAM (Active Tracer High Resolution Atmospheric Model) [Oberhuber et al., 1998; Graf et al., 1999; Herzog et al., 2003; Textor et al., 2003], в которых в достаточно полной мере учитывается ряд микрофизических процессов, происходящих в плюме вулканического извержения.

Физическая модель

Представленная модель создана для численного моделирования взрывных вулканических извержений при заданной величине массового потока пирокластического материала в реальных атмосферных условиях. Помимо моделирования ламинарного потока включено описание турбулентности, роль которой существенна при моделировании вулканического плюма. Турбулентное перемешивание усиливает перенос между газами с сильно отличающимися свойствами. Эффекты турбулентности увеличивают плавучесть плюма, когда окружающий воздух вовлекается в плюм и смешивается с горячим веществом плюма, содержащим частицы. Основные предположения, лежащие в основе модели, следующие: 1) все частицы малы. Это означает, что система всегда находится в динамическом равновесии, то есть предполагается мгновенный обмен импульсом между частицами и газом. Все частицы при этом движутся со своей скоростью гравитационного осаждения относительно рассматриваемой смеси газ-частицы; 2) предполагается, что система всегда находится в состоянии теплового равновесия.

Исходные уравнения для модели. Основываясь на предположении о тепловом и динамическом равновесии, исходные уравнения модели можно записать в виде уравнения Навье-Стокса для количества движения, усредненного по объему, в компонентной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_i = - \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} u_j \rho u_i + \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \rho \Lambda_j^m \frac{\partial u_i}{\partial x_j} u_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho g \delta_{i3} + Q_i^m$$

и уравнения непрерывности газовой компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho q_g = - \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \rho q_g u_{i,g} + Q^g.$$

Здесь ρ – средняя по объему плотность смеси газ-частица, u_i – средняя по объему компонента вектора скорости, q_g – удельная газовая концентрация, Q^g – суммар-

ный массовый выход газа через жерло вулкана и источники/стоки массы вследствие фазовых переходов, Λ_j^m – коэффициент турбулентного обмена для количества движения, p – давление, Q_i^m – внешняя сила, δ_{i3} – символ Кронекера.

Отметим, что входящая в это уравнение вертикальная компонента скорости $u_{3,g}$ вычисляется через z -компоненту средней по объему скорости смеси газ-частицы u_3 с учетом проскальзывания остальных компонент относительно газовой.

$$(u_{1,g}, u_{2,g}, u_{3,g}) = (u_1, u_2, u_3 - \sum_n^{n \neq g} q_n \Delta u_{3,n}).$$

Величины $\Delta u_{3,n}$ определяются в микрофизическом блоке программы, как скорости гравитационного осаждения компонент.

Уравнение непрерывности для n -ной примесной компоненты:

$$\frac{\partial \rho q_n}{\partial t} = - \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} q_n \rho u_{i,n} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \Lambda_i^q \frac{\partial}{\partial x_i} \rho q_n + Q_n^q,$$

где q_n – удельная концентрация n -ной компоненты, $u_{i,n}$ – скорость n -ной компоненты и Q_n^q – внешний источник, производящий массу этой компоненты в единичном объеме в единицу времени при поступлении массы вещества через жерло вулкана и конверсии вследствие микрофизических процессов. Λ_i^q – коэффициент турбулентной диффузии.

Вычисление температурного распределения выполняется с помощью уравнения, включающего адвекцию и диффузию для усредненной по массе средней потенциальной температуры θ .

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \sum_i u_{i,\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \sum_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \rho \Lambda_i^\theta \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + Q^\theta, \quad \theta = \frac{\sum_n q_n c_{p,n} \theta_n}{\sum_n q_n c_{p,n}},$$

где $c_{p,n}$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении n -ной компоненты, Q_n – потенциальная температура n -ной компоненты, $T_n = \theta_n$ для всех жидких и твердых составляющих, Λ_i^θ – коэффициент турбулентного обмена для переноса тепла, Q^θ – скорость нагрева вследствие микрофизических процессов и внесения тепла в поток через жерло.

Для термодинамической связи газовых температуры T_g , давления p_g и плотности ρ_g используется уравнение идеального газа: $p_g = R_g \rho_g T_g$ с газовой постоянной $R_g = c_{p,g} - c_{v,g}$, где $c_{p,g}$ и $c_{v,g}$ – удельные теплоемкости для постоянного давления и объема соответственно, определенные как средневзвешенные по массе компонент. Газовая потенциальная температура связана с локальной газовой температурой T_g следующим соотношением:

$$T_g = \theta_g (p_g / p_0)^{(c_{p,g} - c_{v,g}) / c_{p,g}},$$

где p_0 – давление, принятое за точку отсчета.

Средняя объемная плотность определяется из соотношения:

$$\frac{1}{\rho} = \sum_n q_n / \rho_n.$$

Для замыкания системы динамических уравнений используется уравнение для давления:

$$\frac{\partial p_g}{\partial t} = \frac{c_{p,g}}{c_{v,g}} \left[\frac{p_g}{\theta_g} \frac{\partial \theta_g}{\partial t} - \frac{p_g}{\rho q_g} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \rho q_g u_{i,g} - Q^q + \rho_g \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho q_g}{\rho_g} \right) \right) \right].$$

Турбулентность. Важным аспектом влияния турбулентности на развитие плюма является подмешивание воздуха в плюм. Описание турбулентности проводилось на основе полуэмпирической k-l модели, использованной в [Herzog et al., 2003] для описания развития вулканического плюма. Эта схема разделяет вертикальный и горизонтальный турбулентный обмен для корректного учета сил плавучести и вертикального переноса.

Уравнения для горизонтальной и вертикальной компонент турбулентной кинетической энергии K_h и K_v записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_h}{\partial t} = & - \sum_i u_i \frac{\partial}{\partial x_i} K_h + \sum_i \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \rho c_1 \Lambda_i^m \frac{\partial}{\partial x_i} K_h + 2 \Lambda_i^m \left(\frac{\partial}{\partial x_i} u_i \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2 \Lambda_i^m \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 \right) - c_2 \frac{\sqrt{K}}{L} \left(K_h - \frac{2}{3} K \right) - c_3 \frac{\sqrt{K}}{2L} K_h, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_v}{\partial t} = & - \sum_i u_i \frac{\partial}{\partial x_i} K_v + \sum_i \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \rho c_1 \Lambda_i^m \frac{\partial}{\partial x_i} K_v + 2 \Lambda_i^m \left(\frac{\partial}{\partial x_i} u_i \right)^2 \right) - \\ & - 2 g \Lambda^\sigma \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial z} \sigma - c_2 \frac{\sqrt{K}}{L} \left(K_v - \frac{1}{3} K \right) - c_3 \frac{\sqrt{K}}{L} K_v, \end{aligned}$$

где L – масштаб турбулентности, $K = K_h + K_v$ – полная турбулентная кинетическая энергия, $c_0 = 0,32$, $c_1 = 0,8$, $c_2 = 0,43$ – эмпирические константы, $c_3 = 0,067 + 0,18\lambda/\Delta s$, $\Delta s = (\Delta x + \Delta y + \Delta z)/3$. Δx , Δy и Δz – шаги по осям сетки [Herzog et al., 2003]. Для величины L используется уравнение:

$$\frac{\partial L}{\partial t} = - \sum_i \left(u_i \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} \rho c_1 \Lambda_i^m \frac{\partial L}{\partial x_i} \right) - c_2 \frac{\sqrt{K}}{L} \left(L - \frac{L_0}{L} \right),$$

где равновесный масштаб турбулентности

$$L_0 = 0,54 \sqrt{K/N^2}, \text{ где } N^2 = -\frac{g}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \text{частота Брента-Вайселля.}$$

$L_0 = \Delta s$ при $N^2 < 0$ или если L_0 превышает Δs .

Потенциальная плотность σ определяется соотношением

$$\frac{1}{\sigma} = q_s \frac{R_g}{p_0} \theta_g + \sum_n^{n \neq g} q_n / \rho_n.$$

Коэффициенты турбулентного обмена Λ_i^m выражаются через величины L , K_h и K_v следующим образом:

$$(\Lambda_1^m, \Lambda_2^m, \Lambda_3^m) = \left(c_0 L \sqrt{\frac{3}{2} K_h}, c_0 \sqrt{\frac{3}{2} K_h}, c_0 L \sqrt{3 K_v} \right),$$

где величины Λ_i^0 , Λ_i^q , Λ_i^σ выражаются через Λ_i^m с помощью соответствующих чисел Прандтля.

Выше приведенная система уравнений была сведена к двумерной осесимметричной системе координат (радиус-высота).

Граничные условия ставятся таким образом, чтобы на оси симметрии выполнялись равенства нулю радиальной составляющей скорости и условия симметрии для остальных переменных. На нижней границе применяется условие неприлипания. В зоне извержения задается поток вулканического выброса. На правой и верхней границе задаются условия, соответствующие параметрам невозмущенной атмосферы.

Микрофизические процессы. Влияние фазовых изменений воды на развитие вулканических плюмов. Водяной пар является одним из основных компонентов газовых вулканических эмиссий, как при стационарной дегазации, так и при взрывных извержениях. Водяной пар, содержащийся в атмосферном воздухе, вносится в вулканический плюм при турбулентном перемешивании. При этом микрофизические процессы определяют поведение воды в плюме и влияют на его энергетику, процесс седиментации пепловых частиц, химическую трансформацию других вулканических газов.

В рассмотрении микрофизических процессов включаются силикатные частицы, вулканические газы, водяной пар, который может конденсироваться на поверхности пепловых частиц. Силикатные частицы могут взаимодействовать с гидрометеором и образовывать композитные частицы-агрегаты с увеличенной скоростью падения по сравнению с остальными составляющими. Рассмотрение микрофизических процессов ограничивается фазовым переносом между водяным паром, жидкой водой, льдом, композитными частицами и оценкой их влияния на энергетический баланс плюма. Водяной пар может конденсироваться на поверхности гидрометеоров различных типов или пепловых частиц, испаряться или сублимироваться с поверхности конденсированных частиц.

Для численных расчетов используется параметризация микрофизических процессов в соответствии с системой выражений, предложенной в [Веремей и др., 2006], дополненная сводкой формул из [Oberhuber et al., 1998], основанной на результатах [Kessler, 1969]. При этом предполагается, что дождевые капли и ледяные частицы осадков распределены в соответствии с функцией распределения по размерам Маршалла-Пальмера [Marshall, Palmer, 1948], облачные капли и ледяные кристаллы – монодисперсны.

Рассматриваются следующие процессы, в которых участвуют компоненты вулканического облака: конденсация, испарение, сублимация, аккреция, автоконверсия, коагуляция, замерзание, таяние.

Эффект конденсации водяного пара на пепловых частицах учитывается, но он не имеет большого значения вследствие того, что необходимые значения пересыщения не достигаются из-за эффектов поверхностного натяжения. Основной вклад в обводнение пепловых частиц вносит процесс коагуляции их с каплями.

Численный метод. Гидродинамические расчеты проводились в цилиндрической системе координат. Использовалась схема переменных направлений [Полежаев, 1971] с изменениями, направленными на подавление нефизических решений системы уравнений [Затевахин, Станкова, 1991].

Расчеты временных изменений содержания составляющих вулканического плюма, обусловленных различными микрофизическими процессами, проводились со-

гласно численным моделям, опубликованным помимо вышеуказанных ссылок в следующих работах [Коган и др., 1984; Кароль и др., 2000; Гайнуллин и др., 2003; Пискунов, 2000; Stankova, Zatevakhin, 2003; Pruppacher, Klett, 1978].

Результаты

На основе сформулированной многокомпонентной модели был проведен тестовый расчет эволюции взрывного вулканического извержения в атмосфере для субтропических условий. Считалось, что вулканический плюм состоит из следующих компонент: пепловые (силикатные) частицы, водяной пар, вулканические газы, моделируемые в данном расчете воздухом. В качестве начальных условий для расчета модельного извержения использовались следующие: высота жерла вулкана принималась равной 600 м над уровнем моря, диаметр 750 м, вертикальная скорость вулканического выброса 400 м/с, температура 1100 К.

Массовая доля водяного пара – одной из составляющих вулканического выброса – равна 7,34%. Плотность смеси газ-частицы принята равной $2,6 \text{ кг/м}^3$, плотность вещества частиц 1800 кг/м^3 . Мощность массового выброса при извержении составляет $4,3 \cdot 10^8 \text{ кг/с}$. При извержении в атмосферу выбрасываются частицы пепла, представленных двумя классами частиц с размерами 2,5 и 50 мкм. Частицы большого размера составляют 60% по массе. Это распределение взято в соответствии с данными по размерам выпавших пепловых частиц вулканического извержения St. Helens 1980 г. [Carey, Sigurdsson, 1982]. Расчетная область имеет размеры 300 км по горизонтали и 50 км по вертикали. Вычисления проводились для всего периода извержения, равного 30 мин.

Плюм достигает тропопаузы на высоте около 17 км примерно на 5-ой минуте после начала извержения. Средняя вертикальная скорость в осевой области потока немного больше 100 м/с. Распределение температуры по расчетной области показывает ее изменение от 1100 К в приосевой области около жерла вулкана до 230 К на высоте нейтральной плавучести 23 км. Область высот, где может существовать жидкая вода, достаточно ограничена, простираясь от высот 15 до 30 км. Быстрое уменьшение температуры с высотой приводит к тому, что водяной пар начинает конденсироваться на пепловых частицах на высоте около 18 км. Из-за высокой скорости подъема плюма эти частицы быстро поднимаются до высот, где они быстро охлаждаются до такой температуры, при которой даже сверхохлажденная вода существовать не может. Большая часть водяного пара оседает таким образом в виде льда на частицах пепла или льда, увеличивая тем самым их размер. Распределение композитных частиц-агрегатов, гидрометеоров и водяного пара в вулканическом плюме на 30-ой минуте показано на рис. 1–3.

Отличие полученных результатов от приведенных в работе [Textor et al., 2003] в отдельных сегментах расчетной области достигает 1,5–2 раз, что можно объяснить различием в используемой параметризации микрофизических процессов.

Гидродинамический поток начинает расходиться на высоте около 15 км. Высота нейтральной плавучести примерно 23 км, на 6 км выше тропопаузы. Диаметр облака газа и частиц, образующего «зон» над областью извержения, около 140 км. Отношение массы пепловых частиц к полной массе извергнутого вещества составляет несколько сотен г/кг и около 100 г/кг в верхней части облака. Концентрация частиц внутри плюма порядка 10^5 см^{-3} и около 10 см^{-3} для малых и больших частиц соответственно.

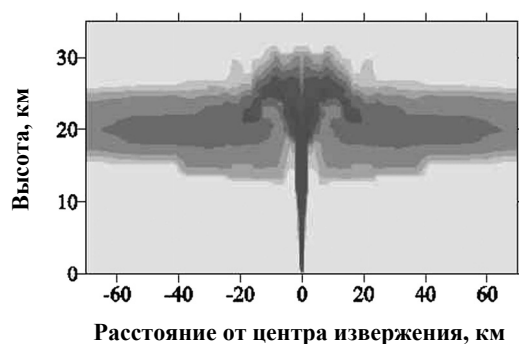


Рис. 1. Распределение композитных частиц-агрегатов в облаке вулканического извержения. Результаты расчета даны в единицах г/кг общей массы

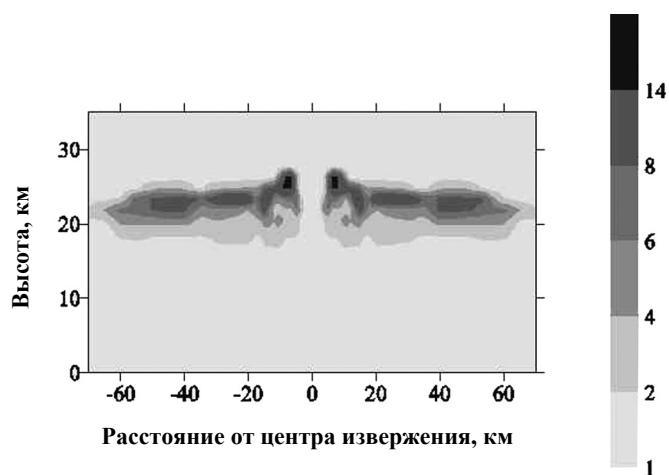


Рис. 2. Распределение массы всех гидрометеоров в вулканическом плюме, выраженной в г/кг общей массы, в момент времени $t = 30$ мин

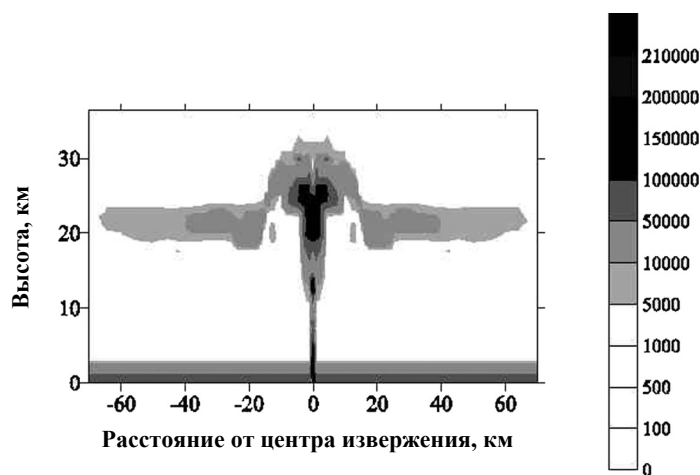


Рис. 3. Концентрация водяного пара в единицах 10^{-6} по объему на момент времени $t = 30$ мин после начала извержения

Полная масса гидрометеоров составляет лишь несколько процентов от общей массы частиц. Поэтому композитные частицы довольно сухие с гидрометеорной фракцией меньше 10% по массе. Композитные частицы, относительно богатые льдом, достигающим 25% по массе, образуются при конденсации водяного пара на малых частицах на высоте нейтральной плавучести. Большие частицы вначале составляют 60% от массы выброшенного пепла. Образование композитных частиц в процессе подъема плюма дополнительно переводит 30% малых пепловых частиц в класс больших размеров. Скорость образования агрегатов наибольшая в начале извержения, когда все частицы движутся внутри растущего плюма, где концентрация частиц высока. Когда частицы достигают высоты нейтральной плавучести, скорость образования композитных частиц падает, так как концентрация частиц падает примерно на порядок.

Фракция агрегатов, образованных из частиц вулканического пепла и гидрометеоров, составляет больше 80% по массе. Это соответствует тому, что общая масса тефры в области, занятой плюмом, на 30-ой минуте после начала извержения примерно в 100 раз больше массы гидрометеоров. Приведенное на рис. 1 распределение агрегатов, таким образом примерно соответствует плюму чистого вулканического пепла.

К 30-ой минуте жидкая вода сохраняется только в осевой части плюма при большой фракции гидрометеоров в облаке извержения в виде частиц льда (примерно 98% по массе). Класс малых частиц размером составляет примерно половину от общего количества льда в столбе извержения. Большая часть этого льда содержится в агрегатах, облако которых расширяется горизонтально на высоте нейтральной плавучести. Обводнение пепловых частиц в верхней части облака производит агрегаты, в которых лед составляет 20–30%. В процессе развития плюма пропорция класса частиц больших размеров увеличивается вследствие процессов образования агрегатов. Их средний радиус в верхней части плюма составляет 50–100 мкм. Агрегаты могут довольно быстро удаляться из атмосферы, усиливая процесс седиментации пепловых частиц.

Выводы

Сформулирована нестационарная многокомпонентная модель для описания эволюции в атмосфере плюма вулканического извержения Плинианского типа. В модель включена параметризация ряда микрофизических процессов, описывающих фазовый перенос между компонентами плюма. Проведен расчет модельного извержения в субтропической зоне. Результаты предварительных расчетов показали, что процессы, контролирующие эволюцию воды в облаке извержения, оказывают сильное влияние на ход микрофизических процессов, развитие плюма как целого и на процессы седиментации частиц.

Работа выполнена по Программе № 4 Президиума РАН.

Литература

Адушкин В.В., Хазинс В.М., Шувалов В.В. Влияние вулканизма на окружающую среду // Изменение окружающей среды и климата: природные и связанные с ними техногенные катастрофы: монография: в 8 т. / под ред. кол. Н.П. Лаверова. РАН. – М.: ИФЗ РАН, 2008. Т. 2. С. 237–261.

Андреанов С.А., Васильченко И.И., Голицын Г.С. и др. Численное моделирование процессов формирования «огненного смерча» // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 1. С. 3–13.

Веремей Н.Е., Довгальук Ю.А., Морозов В.Н. О параметризации микрофизических процессов в численных моделях грозовых облаков // Метеорология и гидрология. 2006. № 11. С. 5–18.

Веремей Н.Е., Довгальук Ю.А., Станкова Е.Н. Численное моделирование конвективных облаков, развивающихся в атмосфере при чрезвычайных ситуациях (взрыв, пожар) // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 6. С. 792–806.

Гайнуллин К.Г., Затевахин М.А., Пискунов В.Н. и др. Численное моделирование кинетики формирования спектра капель в кучевых облаках // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 1. С. 74–84.

Затевахин М.А., Станкова Е.Н. Монотонизация конечно-разностных схем численного решения уравнений гидродинамики // Тр. ГГО. 1991. Вып. 534. С. 73–86.

Изменение окружающей среды и климата: природные и связанные с ними техногенные катастрофы: монография: в 8 томах / под ред. кол. Н.П. Лаврова. РАН. – М.: ИФЗ РАН, 2008. – Т. 2. 374 с.

Кароль И.Л., Затевахин М.А., Ожигина Н.А. и др. Численная модель динамических, микрофизических и фотохимических процессов в конвективном облаке // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2000. Т. 36. № 6. С. 1–16.

Коган Е.Л., Мазин И.П., Сергеев Б.Н., Хворостьянов В.И. Численное моделирование облаков. М.: Гидрометеоиздат, 1984. 183 с.

Пискунов В.Н. Теоретические модели кинетики формирования аэрозолей. Саров: РФЯЦ-ВНИИ-ЭФ, 2000. 209 с.

Полежаев В.И. Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд. МГУ, 1971. Вып. 4. С. 42–56.

Carey S., Sigurdsson H. Influence from particle aggregation on deposition of distal tephra from the May 18, 1980, eruption of Mount St. Helens volcano // J. Geophys. Res. 1982. V. 87. № B8. P. 7061–7072.

Dobran F., Neri A. Numerical simulation of collapsing volcanic columns // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 4231–4259.

Dovgalyuk Yu.A., Zatevakhin M.A., Stankova E.N. Numerical simulation of buoyant thermal using k-ε model // J. Appl. Meteorol. 1994. V. 33. № 9. P. 1118–1126.

Graf H.-F., Herzog M., Oberhuber J.M., Textor C. The effect of environmental conditions on volcanic plume rise // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 24309–24320.

Herzog M., Oberhuber J.M., Graf H. A prognostic turbulence scheme for the non-hydrostatic plume model ATHAM // J. Atmospheric Sci. 2003. V. 60. P. 2783–2796.

Kessler E. On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation // Met. Monographs. 1969. V. 10. P. 84.

Marshall J.S., Palmer W.C.K.M. The distribution of rain drop size // J. Meteorol. 1948. V. 5. P. 165–166.

McCormick M.P., Thomason L.V., Trepte C. Atmospheric effects of the Mt Pinatubo eruption // Nature. 1995. V. 373. P. 399–404.

Neri A., Macedonio G. Numerical simulation of collapsing volcanic columns with particles of two sizes // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 8153–8174.

Neri A., Ongaro T.E., Macedonio G., Gidaspow D. Multi-particle simulation of collapsing volcanic columns and pyroclastic flow // J. Geophys. Res. 2002. V. 108. № B4, doi:10.1029/2001JB000508.

Oberhuber J.M., Herzog M., Graf H.-F., Schwanke K. Volcanic plume simulation on large scales // J. Volcanology and Geothermal Res. 1998. V. 87. P. 29–53.

Pruppacher H., Klett J.D. Microphysics of cloud and precipitation. D. Reidel. Publ. Co, 1978. 718 p.

Stankova E.N., Zatevakhin M.A. Numerical simulation of cloud dynamics and microphysics // Computational Science-ICCS 2003. International Conference Melbourne, Australia and St. Petersburg, Russia, June 2003. Proceedings. P2, Springer, in series Lecture notes in computer science. V. 2658. ISSN 0302-9743. ISBN 3-540-40195-4. P. 171–178.

Textor C., Graf H.-F., Herzog M., Oberhuber J.M. Injection of gases into the stratosphere by explosive volcanic eruptions // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. № D19, doi:10.1029/2002JD002987.

Valentine G.A., Wohletz K.H. Numerical models of Plinian columns and pyroclastic flows // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. P. 1867–1887.