

ОДНОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ НАРУШЕНИЙ СПЛОШНОСТИ ВО ВМЕЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Н.В. Кабыченко

Рассмотрены несколько моделей нарушенной и сплошной среды с использованием одномерного волнового уравнения и электро-механических аналогий. Аппроксимация экспериментальных амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) разломов, трещин и сейсмических трасс с помощью модельных АЧХ позволяет определить среднюю плотность породы и продольную скорость в зоне нарушенной сплошности во вмещающей среде.

Знание физико-механических характеристик нарушений сплошности во вмещающем массиве требуется при проведении геомеханических и гидрогеологических исследований, в инженерной сейсмологии и при археологических изысканиях.

Наряду с самыми современными приборно-вычислительными средствами, включая томографию, позволяющими составить полное представление о характере нарушений сплошности в виде разломов, трещин и разной формы и объема пустот и вкраплений, могут быть полезны простые и дешевые методики для предварительной локализации нарушений сплошности и оценки их свойств. Одна из таких простых методик изложена в [Садовский, Костюченко, 1988]. Эта методика многие годы успешно использовалась в ИДГ РАН при проведении полевых исследований блочной структуры скального массива, прилегающего к Выборгскому заливу.

В модели [Садовский, Костюченко, 1988] разлом или трещина моделируется пружиной – моделью Гука. Если дополнить ее массой породы заполнителя разлома в объеме $L \text{ м}^3$, где L – ширина (мощность) разлома, то возможности модели существенно расширяются: становится возможным на основании анализа двух сейсмограмм с обоих берегов разлома вычислить удельный вес заполняющей породы ρ и ее жесткость K .

Схема модели представлена на рис. 1.

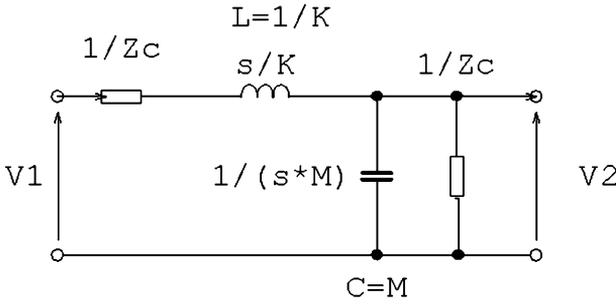


Рис. 1. Модель разлома с учетом жесткости наполнителя и его удельной массы

Вмещающий массив представлен волновым импедансом Z_c как со стороны источника сигнала, так и со стороны приемника. Разлом представлен жесткостью K в единицах Па/м и удельной массой M в единицах кг/м². Модель основана на электромеханических аналогиях сила – ток, скорость – напряжение. Непосредственно из схемы модели следует ее передаточная функция, связывающая выход со входом:

$$F(s) = \frac{\frac{K}{M}}{s^2 + \left[\frac{K}{Z_c} + \frac{Z_c}{M} \right] \cdot s + \frac{2 \cdot K}{M}} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} \quad (1)$$

Из (1) следует постоянная времени модели $\theta = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{M}{Z_c} + \frac{Z_c}{2 \cdot K} \right]$ и, соответственно, граничная частота $\omega_{гр} = 1/\theta$. Ниже будут определены M и K для одного из участков сейсмического профиля. Формулу модуля функции (1) можно подогнать под экспериментальную АЧХ и определить значения M и K . Современные пакеты программ позволяют это выполнять без особых затруднений. Затруднения возникают часто из-за сложной структуры самой экспериментальной АЧХ, так как на первые вступления волн могут накладываться множественные отражения от границ неоднородностей.

Синтезируем передаточную функцию второго порядка, подобную (1), но в качестве аргументов содержащую время распространения волны в разломе τ и отношение волновых импедансов вмещающей среды Z_c и наполнителя разлома (трассы) Z_T . Воспользовавшись одномерным волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (2)$$

представим модель разлома в виде четырехполосника, по которому волна проходит за время τ секунд [Баскаков, 1980]. Полагаем, что разлом обладает волновым импедансом Z_T и волновой импеданс вмещающего массива Z_c превышает Z_T в k раз. Взаимную связь напряжений и скоростей в начале и в конце разлома определяют следующие уравнения четырехполосника, вытекающие из одномерного волнового уравнения (2):

$$\begin{aligned} V_1 &= \cosh(\tau \cdot s) \cdot V_2 + \frac{1}{Z_T} \cdot \sinh(\tau \cdot s) \cdot \sigma_2 \\ \sigma_1 &= Z_T \cdot \sinh(\tau \cdot s) \cdot V_2 + \cosh(\tau \cdot s) \cdot \sigma_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Точная передаточная функция разлома во вмещающем массиве с Z_C в соответствии с (3) выглядит следующим образом:

$$F(s) = \frac{1}{2 \cdot \cosh(\tau \cdot s) + k \cdot \sinh(\tau \cdot s) + \frac{1}{k} \cdot \sinh(\tau \cdot s)}, \quad (4)$$

где $k = Z_C/Z_T$ – отношение импедансов вмещающей среды и разлома (трассы). Она получена перемножением трех цепных матриц: матрицы вмещающего массива со стороны источника, волновой матрицы разлома и матрицы вмещающего массива со стороны приемника:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/Z_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cosh(s \cdot \tau) & \frac{1}{Z_p} \cdot \sinh(s \cdot \tau) \\ Z_p \cdot \sinh(s \cdot \tau) & \cosh(s \cdot \tau) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Z_C & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (5)$$

Обратная величина от А и есть передаточная функция (4).

Модель второго порядка не учитывает взаимодействия прямых и отраженных волн. Поэтому можно для упрощения заменить гиперболические функции синуса и косинуса в (4) их приближениями, соответствующими квазистатическому режиму:

$$\begin{aligned} \cosh(\tau \cdot s) &\approx 1 + \frac{\tau^2 \cdot s^2}{2} \\ \sinh(\tau \cdot s) &\approx \tau \cdot s \end{aligned}$$

С учетом этого упрощения передаточная функция модели приобретает простой вид:

$$F(s) = \frac{1/\tau^2}{s^2 + \left[\frac{k + \frac{1}{k}}{\tau} \right] \cdot s + \frac{2}{\tau^2}} \quad (6)$$

Из (6) следует формула для постоянной времени разлома:

$$\theta = \frac{k + \frac{1}{k}}{2} \cdot \tau, \text{ при } k = Z_C / Z_T,$$

где τ – время задержки в разломе.

Граничная частота разлома определяется не только соотношением волновых импедансов вмещающего массива и наполнителя разлома, но и поглощением волны как в массиве, так и в разломе. Учет поглощения в рамках простой модели задача непростая, однако, имея модель без поглощения (4), легко модифицировать ее, добавив к аргументу гиперболических функций дополнительный член, учитывающий потери в материале.

Как известно, коэффициент поглощения равен $\alpha_p = (\pi \cdot f)/(Q \cdot C_p)$, где Q – добротность материала, C_p – скорость продольных волн, f – частота сигнала. Обозначим:

$$\beta = \frac{\pi}{Q \cdot C_p}$$

и преобразуем (4), положив $k = 1$, чтобы можно было применять модифицированную формулу (4) и к вмещающему массиву, и к разлому:

$$G(f, s) = \frac{1}{2 \cdot \cosh(L \cdot \beta \cdot f + \tau \cdot s) + 2 \cdot \sinh(L \cdot \beta \cdot f + \tau \cdot s)} \quad (7)$$

Проиллюстрируем применение (7) для определения граничной частоты трассы длиной $L = 100\text{ м}$ на граните с $Q = 250$, $C_p = 5000\text{ м/с}$: $\beta = \pi/(50 \cdot 5000)$, время распространения $\tau = 0,02\text{ с}$. Соответствующая АЧХ построена на рис. 2.

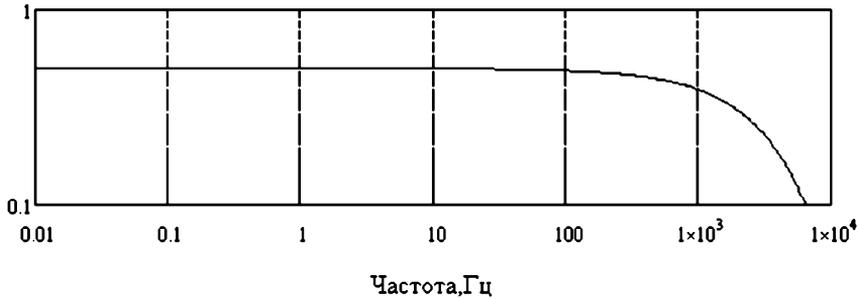


Рис. 2. Расчетная АЧХ трассы в соответствии с (7). Сигнал с частотой 1 кГц на трассе длиной 100 м ослабляется на 20%

Подгоняя формулу (7) под экспериментальную АЧХ разлома или трассы, можно определить коэффициент поглощения α_p , входящий в формулу $e^{-\alpha_p x} \sin\left(\omega t - \frac{x}{C_p}\right)$ и определяющий степень ослабления волны с расстоянием.

В заключение применим модель (6) к реальной АЧХ, построенной путем деления спектра за разломом в пункте Р3 на спектр перед разломом в пункте Р2. На рис. 3 показаны сейсмограммы скоростей, зарегистрированные в пунктах Р2 и Р3 сейсмического профиля, где на участке между ними наблюдалось самое значительное ослабление сигнала.

Амплитудно-частотная характеристика, построенная по этим сейсмограммам, аппроксимирована моделью (6) и обе показаны на рис. 4.

Измеренная величина $\tau = 0,024\text{ с}$. Наилучшая аппроксимация достигается при $k = \frac{Z_c}{Z_T} = 1,6$. Граничная частота трассы $\omega_{ГР}$ определяется или по графику рис. 5 или вычисляется по формуле, полученной из модели (6):

$$\omega_{ГР} = -\frac{k^2 - \sqrt{k^4 + 10 \cdot k^2 + 1} + 1}{2 \cdot k \cdot \tau}, 1/\text{с}.$$

В нашем случае $\omega_{ГР} = 28,6\text{ 1/с}$, что соответствует постоянной времени $\theta = 1/\omega_{ГР} = 0,035\text{ с}$. С точностью 5–10% постоянную времени θ можно оценить по приближенной формуле $\theta = \sqrt{2} \cdot \tau$, которая также получена из передаточной функции модели (6).



Рис. 3. Начальные фрагменты сейсмограмм скоростей в пунктах Р2 и Р3

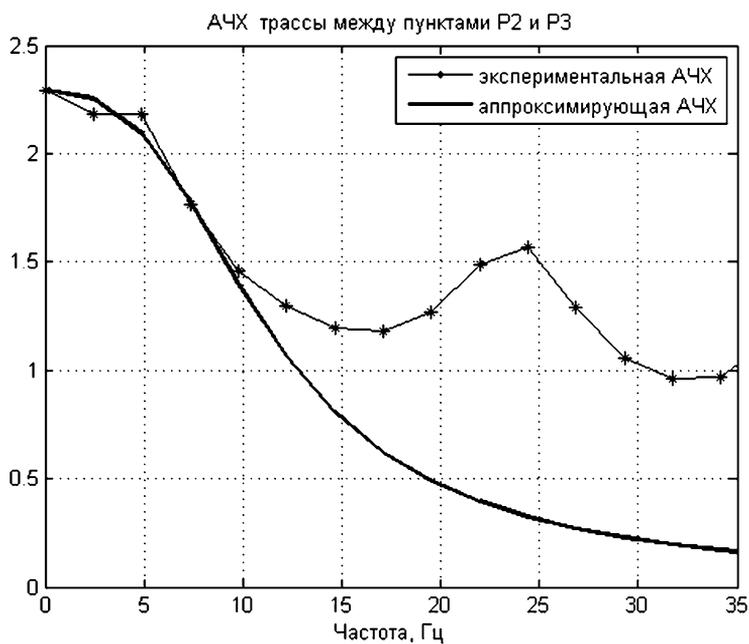


Рис. 4. Аппроксимация экспериментальной АЧХ моделью (6)

Расстояние между пунктами P2 (ближний пункт к взрывной скважине) и P3 равно 127 м. Скорость распространения между пунктами:

$$V_T = \frac{127}{\tau} = \frac{127}{0,024} = 5292 \text{ м/с.}$$

Скорость распространения в целом по профилю длиной 377 м, вычисленная по годографу, равна 5700 м/с. Таким образом, есть все исходные данные для расчета удельной плотности породы ρ_T на участке трассы P2–P3:

$$k = \frac{Z_C}{Z_T} = 1,6; \quad \rho_T = \frac{\rho_C \cdot V_C}{V_T \cdot k} = \frac{2600 \cdot 5700}{5292 \cdot 1,6} = 1750 \text{ кг/м}^3$$

Рассчитаем массу M объема породы $V = 127 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2$ по формуле:

$$M = \frac{Z_C}{k} \cdot \tau = \frac{2600 \cdot 5700}{1,6} \cdot 0,024 = 2,223 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

Поделив для контроля ранее вычисленного значения ρ_T массу M на расстояние между пунктами (127 м), получим удельный вес

$$\rho_T = \frac{2,223 \cdot 10^5}{127} = 1750 \text{ кг/м}^3,$$

что свидетельствует о непротиворечивости этапов анализа модели трассы. Остает-ся вычислить жесткость трассы P2–P3:

$$K = \frac{Z_C}{k \cdot \tau} = \frac{2600 \cdot 5700}{1,6 \cdot 0,024} = 3,859 \cdot 10^8 \text{ Па/м}$$

Для сравнения укажем, что жесткость гранита с параметрами 2600 кг/м³ и 5700 м/с составляет величину $\frac{\rho \cdot C_P^2}{L} = 6,65 \cdot 10^8 \text{ Па/м}$.

Заключение

При оценке с помощью моделей среды свойств нарушений сплошности самым ответственным этапом является построение АЧХ исследуемого участка. Для исключения влияния на АЧХ отражений рекомендуется для обработки брать начальные фрагменты сейсмограмм. Для аппроксимации экспериментальных АЧХ передаточными функциями моделей имеются программные средства во всех математических пакетах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 09-05-12023-офи-м и 10-05-01064-а) и программы № 6 ОНЗ РАН.

Литература

Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. М.: Высшая школа. 1980. 127 с.

Кабыченко Н.В. Разлом как пружина с распределенной массой // Нестационарные процессы в верхних и нижних оболочках Земли (геофизика сильных возмущений). Сб. научных трудов ИДГ РАН. М.: ИДГ РАН. 2002. С. 49–53.