

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГАЗО-ПЕПЛОВОГО ОБЛАКА ФРЕАТОМАГМАТИЧЕСКОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ

В.М. Хазинс, В.В. Шувалов

Описывается физико-математическая и численная модели формирования эруптивной колонны фреатомагматического извержения, учитывающие сложный состав выбрасываемой газо-пепловой смеси и влияние горизонтального ветра. Приводятся результаты численного моделирования извержения вулкана Эйяфьятлайокудль 2010 года с использованием разработанной модели.

Введение

В апреле 2010 года произошло относительно слабое ($VEI = 4$) извержение вулкана Эйяфьятлайокудль в Исландии, которое вызвало беспрецедентные последствия. В течение недели большинство аэропортов Европы были парализованы из-за опасности повреждения двигателей самолетов, было отменено более 100 000 рейсов. Общие потери авиаотрасли от простоя оцениваются в \$2 млрд. Механизм таких извержений еще слабо изучен. В работе [Хазинс и Шувалов, 2012] рассматривались 2

возможных механизма формирования эруптивной колонны фреатомагматического извержения: периодический выброс газо-пепловых пузырей и непрерывное истечение газо-пепловой смеси. В первом приближении считалось, что газо-пепловая смесь – идеальный газ с характеристиками воздуха, имеющий в начальный момент повышенную температуру (пониженную плотность) по сравнению с окружающим воздухом. Было показано, что оба механизма при соответствующем подборе размера кратера и начальной температуры газа позволяют получить результаты, не противоречащие данным по извержению вулкана Эйяфьятлайокудль.

Целью данной работы является разработка более реалистичной физико-математической модели, учитывающей сложный состав газо-пепловой смеси, а также влияние горизонтального ветра на формирование и высоту подъема эруптивной колонны.

Основные уравнения и начальные данные

Динамика пространственных вихревых течений сжимаемой жидкости в поле тяжести описывается системой полных уравнений Навье–Стокса [Белоцерковский и др., 2000]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \nabla \rho = -\rho \nabla V \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + (\rho V \nabla) V = -\nabla p + \nabla \hat{\tau} + \rho g \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + V \nabla h \right) = \frac{\partial p}{\partial t} + V \nabla p + \nabla (\hat{\tau} V) - V (\nabla \hat{\tau}) + \nabla (\lambda \nabla T) \quad (3)$$

Здесь t – время, V – вектор скорости, g – вектор ускорения свободного падения, ρ , p , h , T – плотность, давление, удельная энтальпия и температура, λ – коэффициент теплопроводности, $\hat{\tau}$ – тензор вязких напряжений:

$$\hat{\tau} = 2\mu \hat{S} - \frac{2}{3}(\mu \nabla V) \hat{E}$$

μ – коэффициент динамической вязкости, \hat{S} – тензор скоростей деформаций, \hat{E} – единичный тензор.

Для замыкания системы уравнений (1-3) ее следует дополнить двумя соотношениями. Первое из них связано с уравнением состояния рабочего газа, который в нашей модели состоит из однородной смеси водяного пара, пепла и воздуха, массовые концентрации которых обозначим α , β и $1-\alpha-\beta$ соответственно. Парциальные плотности каждой из компонент равны $\alpha\rho$, $\beta\rho$ и $(1-\alpha-\beta)\rho$, где ρ – плотность рабочего газа. Считается, что в каждый момент времени, в каждой точке (ячейке разностной сетки при численном моделировании) температуры водяного пара $T_s = e_s/C_v^s$, пепла $T_p = e_p/C_v^p$ и воздуха $T_a = e_a/C_v^a$ равны. Здесь e_i – внутренняя энергия компоненты смеси, а C_v^i – удельная теплоемкость компоненты смеси при постоянном объеме, связанная с удельной теплоемкостью при постоянном давлении C_p^i соотношением $\gamma_i = C_p^i/C_v^i$, где γ_i – показатель адиабаты. Пары воды и воздух считаются идеальными газами. В этих условиях давление p определяется по формуле:

$$p = \rho T [\alpha C_v^s (\gamma_s - 1) + (1 - \alpha - \beta) C_v^a (\gamma_a - 1)]. \quad (4)$$

Эксперименты [Wohletz and McQueen, 1984] и расчеты [Shuvalov and Artemieva, 2004] показывают, что наиболее эффективное взаимодействие магмы с водой про-

исходит при $\alpha = 0,03 \div 0,3\beta$. Для определенности будем считать, что $\alpha = k\beta$, где $k = \text{const} = 0,2$. Тогда пар и пепел можно считать примесью, суммарная концентрация которой определяется уравнением переноса концентрации

$$\rho \left(\frac{\partial c}{\partial t} + V \nabla c \right) = \text{div}(\rho D \nabla c), \quad (5)$$

где $c = \alpha + \beta$, D – коэффициент диффузии.

Второе соотношение следует из связи энтальпии с температурой. Удельная энтальпия рабочего газа определяется суммой энтальпий пара, пепла и воздуха

$$h = \alpha h_s + \beta h_p + (1 - \alpha - \beta) h_a = T [\alpha C_p^s + \beta C_p^p + (1 - \alpha - \beta) C_p^a] \quad (6)$$

Таким образом, выписана замкнутая система уравнений, которая решалась численно. Было использовано гипозвуковое приближение уравнений Навье-Стокса [Затевахин и др., 1994], изначально приспособленное к рассмотрению течений идеального газа. В связи с этим потребовалась модернизация гипозвукового приближения для случая уравнения состояния в виде (4).

Вывод уравнений гипозвукового приближения сопровождается довольно громоздкими выкладками. Поэтому наметим лишь схематично путь их получения и приведем окончательный вид уравнений. Произведем замену переменных. Выполним замену в два этапа. Сначала приведем систему уравнений к безразмерному виду, что позволяет явно выделить роль основных параметров задачи. Пусть

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}; \quad \bar{u}^i = \frac{u^i}{u_0}; \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}; \quad \bar{x}^i = \frac{x^i}{r_v}; \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}.$$

Здесь ρ , p_0 , T_0 – характерные значения невозмущенной атмосферы у подножия вулкана, r_v – радиус жерла, u^i – компонент вектора скорости, $u_0 = \sqrt{r_v \varepsilon_T g}$ – характерная скорость конвективного всплывания, $\varepsilon_T = \bar{T}_v - \bar{T}_0$, T_v – температура поступающей из жерла вулкана газовой смеси, $t_0 = r_v / u_0$.

На втором этапе определим новые переменные:

$$\tilde{p} = \frac{\bar{p} - \bar{p}^*}{\rho_0 u_0^2 / p_0}, \quad \tilde{T} = \frac{\bar{T} - \bar{T}^*}{\varepsilon_T}, \quad (7)$$

которые переводят изменение давления и температуры в диапазон от нуля до величин порядка единица, тем самым позволяя сравнивать различные члены в уравнениях. Здесь $\bar{T}^*(z)$ и $\bar{p}^*(z)$ – вертикальное распределение температуры и плотности в невозмущенной атмосфере.

Соотношения (4) и (6) можно переписать в виде:

$$p = \rho T (A c + B); \quad h = T (G c + E),$$

где A , B , G и E – константы.

В новых переменных уравнение состояния приобретет вид:

$$\bar{p}^* + \tilde{p} \frac{u_0^2}{p_0 / \rho_0} = \bar{p} (\varepsilon_T \tilde{T} + \bar{T}^*) (\bar{A} c + 1).$$

С учетом, что коэффициент при \tilde{p} порядка квадрата числа Маха M^2 , а в рассматриваемых течениях $M^2 \ll 1$, получаем уравнение состояния, в котором исключена зависимость от давления:

$$\bar{\rho} = \bar{p} (\varepsilon_T \tilde{T} + \bar{T}^*) (\bar{A} c + 1) / \bar{p}^*. \quad (8)$$

Преобразуем уравнение сохранения энергии (3), которое в упрощенном виде можно записать следующим образом:

$$\rho \frac{dh}{dt} = \rho \frac{d(Gc + E)T}{dt} = \frac{dp}{dt} + F,$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V\nabla$, а F – все остальные члены.

Переходя к новым переменным, получим:

$$\varepsilon_T \bar{\rho} (\bar{G}c + 1) \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{t}} = \frac{u_0^2}{C_p^a T_0} \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{t}} + F_1,$$

где F_1 объединяет все остальные члены, в которых нет производных по времени. Здесь также перед производной от давления по времени стоит коэффициент порядка к квадрата числа Маха и этот член исключается из рассмотрения:

$$\varepsilon_T \bar{\rho} (\bar{G}c + 1) \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{t}} = F_1, \quad (9)$$

Дифференцируя (8) по пространству и по времени, подставляя вместо производной от температуры по времени ее выражение из (9) и, используя уравнение для невозмущенной стратифицированной атмосферы

$$\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial \bar{z}} = -\frac{r_v g p_0}{p_0} \bar{p}^* = -\varepsilon_g \bar{p}^*$$

из закона сохранения массы (1) можно получить следующее выражение, опустив для простоты прямую черту сверху:

$$\begin{aligned} \nabla V = \frac{1}{C_p^i p^*} \left[\frac{(Ac + 1)\varepsilon_T}{Re Pr} \operatorname{div} C_p^i \mu \nabla \tilde{T} + \frac{(Ac + 1)}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial z} C_p^i \mu \frac{\partial T^*}{\partial z} \right] - \\ - \frac{-w \varepsilon_g \bar{p}^* ((Ac + 1) f_\gamma C_p^i)}{C_p^i p^*} + \frac{1}{Re Sct} \left[\frac{A}{(Ac + 1)} - \frac{G}{C_p^i} \right] \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mu \nabla c \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь w – вертикальная компонента скорости, $C_p^i = (Gc + 1) f_\gamma = \frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a}$. В уравнении (10) появились три безразмерных параметра: число Рейнольдса – $Re = \frac{\rho_0 r_v u_0}{\mu_0}$, число Прандтля – $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$, турбулентное число Шмидта – $Sct = \frac{\mu}{D}$. При рассмотрении атмосферных процессов число Прандтля и число Шмидта обычно считаются величинами постоянными, что позволяет перейти от коэффициента теплопроводности в уравнении переноса тепла и от коэффициента диффузии в уравнении переноса концентрации к коэффициенту динамической вязкости. В расчетах использованы следующие значения: $Pr = 0,9$ [Затевахин и др., 1994] и $Sct = 0,7$ [Tominaga and Stathopolous, 2007].

Уравнение (10) вместе с уравнениями состояния (8), сохранения массы (1), сохранения импульса (2) и переноса концентрации (5) образуют замкнутую систему уравнений. Предполагается, что последние три из них также приведены к безразмерному виду и выполнена замена переменных. Эта процедура практически не меняет вида указанных уравнений.

Уравнение (10) отличается от условия несжимаемости $\nabla V = 0$ только наличием правой части, и численное интегрирование позволяет использовать эффективные конечно-разностные методы, развитые для течений несжимаемой жидкости. Численное моделирование уравнения (10) осуществлялось с помощью MAC (Macger and

Cell) метода [Harlow and Welch, 1965] с механизмом ускорения сходимости итераций [Viecelly, 1971], а численное интегрирование уравнений (1), (2), (5) – явным методом.

Моделирование турбулентного переноса производится методом крупных вихрей, первоначально развитым для задач метеорологии в середине 60-х годов прошлого века [Smagorinsky, 1963] и успешно применяемого в различных модификациях в настоящее время. Процедура разделения крупных вихрей со средними скоростями \bar{u} и мелких вихрей со скоростями u' приводит к следующему виду кинематической вязкости:

$$\nu_T = C_s^2 \delta^2 |\hat{S}|,$$

где C_s – коэффициент пропорциональности (параметр Смагоринского), δ – размер сеточной ячейки, а $|\hat{S}|$ – модуль тензора скоростей деформаций.

Верификация гипозвуковой модели с моделированием турбулентного переноса методом крупных вихрей [Хазинс, 2010], проведенная при исследовании всплытия крупномасштабного высокотемпературного термика, продемонстрировала возможность достижения хорошего согласия решения с экспериментальными и теоретическими данными при значении константы Смагоринского C_s , порядка единицы. Отметим, что число Рейнольдса $Re = r_v u_0 / \nu_0$, и, следовательно, при выбранном виде вязкости $Re \equiv 1$.

Решение рассматриваемой задачи требует определения начальной температуры (плотности) и начальной скорости рабочего газа. Исходя из процессов передачи тепла при переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое, можно записать баланс внутренней и кинетической энергии:

$$\begin{aligned} \beta C_V^p T_l + (1 - \alpha - \beta) C_V^a T_0 = \alpha (C_V^s (T - T_w) + C_V^w (T_w - T_m) + \\ + C_V^f (T_m - T_0) + \lambda_m + \lambda_v) + \beta C_V^p T + (1 - \alpha - \beta) C_V^a T + w_0^2 / 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь T_m – температура плавления льда, T_w – температура испарения воды, T_l – температура лавы, C_V^w и C_V^f – удельные теплоемкости воды и льда при постоянном объеме, λ_m и λ_v – теплоты плавления льда и испарения воды, w_0 – начальная вертикальная скорость рабочего газа. В формулу входят два неизвестных параметра – начальная концентрация $c_0 = \alpha + \beta$ и скорость w_0 . Скорость w_0 можно определить из данных для вулкана Эйяфьятлайокудль. При его извержении за первые 72 часа было выброшено около 140 миллионов кубических метров пепла, то есть поток Q_p составлял примерно $0,5 \cdot 10^6$ кг/сек. По определению

$$Q_p = \pi r_v^2 \beta \rho w_0.$$

Отсюда, с учетом уравнения состояния следует, что

$$w_0 = \frac{Q_p}{\pi r_v^2 \beta \rho} = T(Ac_0 + B) \frac{Q_p}{\pi r_v^2 \beta \rho_0}. \quad (12)$$

Предполагается, что давление в рабочем газе совпадает с давлением окружающего воздуха у подножия вулкана.

Таким образом, имеются два уравнения (11-12) для определения начальной температуры (плотности) и начальной скорости рабочего газа с двумя свободными параметрами – c_0 и r_v . При определении характеристик рабочего газа предполагалось, что температура лавы $T_l = 1300$ °C, $T_m = 0$ °C, $T_0 = -10$ °C. Остальные пара-

метры – из справочников: $C_p^s = 2$ кДж/кг/град, $C_p^w = 4,2$ кДж/кг/град, $C_p^f = 2,1$ кДж/кг/град, $C_p^p = 0,75$ кДж/кг/град, $C_p^a = 1$ кДж/кг/град, $\gamma_s = 1,32$, $\gamma_a = 1,4$, $\lambda_m = 0,33$ кДж/кг, $\lambda_v = 2,26$ кДж/кг.

Диаметр жерла вулкана – порядка 1 км, а начальная концентрация паров воды и пепла в рабочем газе (c_0) подбиралась из условия, чтобы облако достигло высоты 8–9 км, как это было при извержении вулкана Эйяфьятлайокудль.

В качестве граничных условий задавался поток газо-пепловой смеси в области кратера и параметры стандартной атмосферы (с учетом ветра) на воздушных границах расчетной области.

Результаты расчетов

Рассмотрим случай, когда эруптивная колонна формируется в результате всплытия системы пузырей, возникающих у поверхности через равные интервалы времени. Характерный размер кратера вулкана Эйяфьятлайокудль составляет 1 км. Расчет всплытия пузырей радиусом 500 м оказался не очень интересным, так как интервал между пузырями, определяемый выбранным потоком рабочего газа, составляет примерно 3 мин, а это время сравнимо со временем всплытия до положения равновесия одиночного пузыря такого же размера (~6 мин). В результате пузыри поднимаются независимо друг от друга, образуя облако на высоте зависания одиночного пузыря, но непрерывно существующая центральная колонна не формируется. Поэтому здесь мы ограничимся всплытием пузырей с $r_v = 350$ м, но позволим возникать этим пузырям в различных областях кратерного поля.

Рассмотрим сначала случай, когда пузыри возникают только в центре кратера. Подберем c_0 из условия, чтобы высота облака примерно соответствовала наблюдаемой во время извержения. Температура рабочего газа была выбрана равной $T_v = 460$ К, что соответствует $c_0 = 0,25$. Как показали расчеты, при заданных условиях верхняя кромка облака, формируемого при всплытии одиночного пузыря, достигает высоты примерно 9 км.

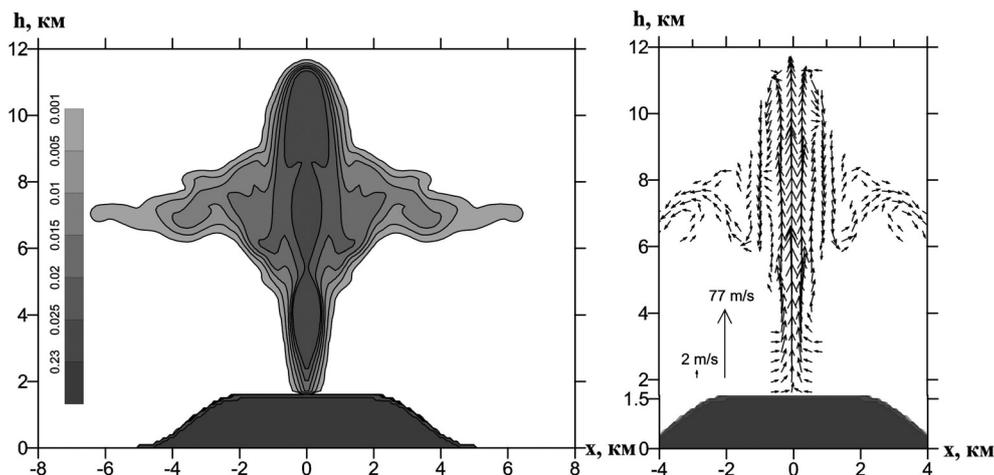


Рис. 1. Эруптивное облако, формирующееся к 30 мин при периодическом выбросе соосных пузырей рабочего газа радиусом 350 м

Плотность рабочего газа ρ , при выбранных значениях параметров составляет $0,7 \text{ кг/м}^3$. Из этого следует, что частота выбросов при потоке пепла $Q_p = 0,5 \cdot 10^6 \text{ кг/сек}$ должна составлять 1 выброс с интервалом времени примерно в минуту. На рис. 1 представлены результаты расчета этого варианта.

Из сравнения с вариантом непрерывного потока (который также был рассчитан) следует, что качественная картина течения сохранила свои основные черты, да и количественное расхождение не столь существенно. Следовательно, в процессе формирования эруптивной колонны может реализоваться как режим непрерывного поступления рабочего газа в результате контакта воды в каком-либо из ее агрегатных состояний с горячей магмой в жерле вулкана, так и режим всплытия системы крупных пузырей. В реальности, по-видимому, реализуются оба механизма.

Как отмечено выше, верхняя кромка облака при всплытии одиночного пузыря в рассматриваемых условиях достигает высоты 9 км. В то же время в центральной колонне, образованной всплытием системы пузырей, высота облака достигает 12 км. Связано это с тем, что одиночный пузырь всплывает в невозмущенной атмосфере, а в случае системы пузырей каждый последующий поднимается в следе предыдущего, где плотность несколько ниже, чем в окружающей среде.

В рассмотренных задачах несколько необычным представляется образование купола в центральной части облака. Как показал численный анализ, одно из возможных объяснений связано с тем, что в расчетах истечение рабочего газа задавалось симметричным относительно центра. На рис. 2 представлены результаты расчета, аналогичного предыдущему, но центр пузыря радиусом 350 м и координатами (X, Y, Z) перемещался циклически по схеме: $(0, 0, 350)$, $(150, 0, 350)$, $(0, 150, 350)$, $(-150, 0, 350)$, $(0, -150, 350)$, то есть в круге радиусом 500 м.

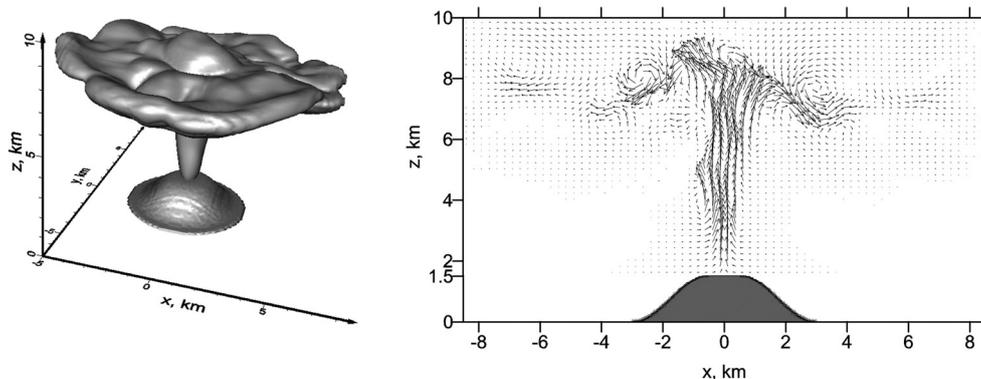


Рис. 2. Эруптивное облако, формирующееся к 20 мин при периодическом выбросе пузырей рабочего газа радиусом 350 м со сдвигающимся центром пузырей

На левой панели рис. 3 – изоповерхность концентрации ($c = 0,001$), справа – поле скорости (в системе координат, связанной с ветром) в плоскости XOZ , отражающее вихревой характер течения. Реализуется течение с «клубящимся» облаком. Центральный купол формируется. При реальном извержении начальные данные заведомо не симметричны, так как фреатические взрывы происходят неравномерно во времени и распределены неоднородно по пространству. Поэтому последний расчет выглядит более реалистичным.

Ветер вносит существенные коррективы в форму облака. На рис. 3 представлены результаты расчета задачи в тех же условиях, что и предыдущая, но в поле однородного ветра, дующего вдоль оси X . Скорость ветра – 10 м/сек. Формируется вытягивающееся по ветру практически плоское облако с характерной пеленой под ним. Образование пелены связано с обтеканием ветром эруптивной колонны и сносом периферийных слоев газопылевой смеси к плоскости симметрии. Как видно из рис. 3, с, пелена представляет собой относительно тонкий слой. Отметим также снижение высоты облака. Если в безветренной атмосфере верхняя граница облака составляла 8–9 км, то в поле ветра она снизилась до 7–8 км.

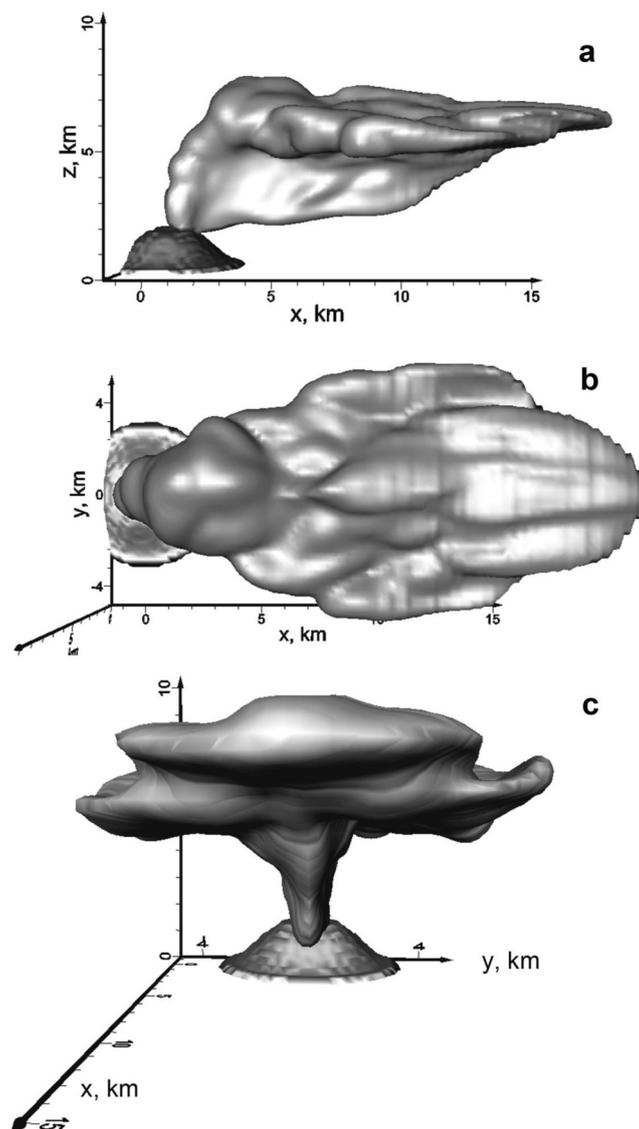


Рис. 3. Различные проекции эруптивного облака (изоповерхности с концентрацией пепла $c = 0,001$), сформировавшегося к 20 мин в поле ветра

Выводы

Построена физико-математическая модель формирования эруптивной колонны фреатомагматического извержения, учитывающая состав выбрасываемой газопепловой смеси и горизонтальный ветер. Проведенные расчеты показали, что оба рассмотренных механизма формирования эруптивной колонны фреатомагматического извержения (последовательное образование крупных газопепловых пузырей и непрерывное истечение газопепловой смеси) приводят к примерно одинаковым результатам и позволяют получить эруптивную колонну, близкую к той, что наблюдалась при извержении вулкана Эйяфьятлайокудль. Учет горизонтального ветра приводит к уменьшению высоты подъема эруптивной колонны на 1–2 км.

Работа выполнена в рамках Программы № 4 Президиума РАН.

Литература

- Белоцерковский О.М., Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д.* Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. М.: Янус-К, 2000, 456 с.
- Затевахин М.А., Кузнецов А.Е., Никулин Д.А., Стрелец М.Х.* Численное моделирование процесса всплытия системы высокотемпературных турбулентных термик в неоднородной сжимаемой атмосфере // ТВТ. 1994. Т. 32. № 1. С. 44.
- Хазинс В.М.* Метод крупных вихрей в задачах всплытия высокотемпературных термик в стратифицированной атмосфере // ТВТ, 2010. Т. 48. № 3. С. 424–432.
- Хазинс В.М., Шувалов В.В.* Моделирование эруптивной колонны фреатомагматического извержения: вулкан Эйяфьятлайокудль // Динамические процессы в геосферах, выпуск 5: Сборник научных трудов ИДГ РАН. М.: ГЕОС. 2012. С. 121–128.
- Harlow F.H. and Welch J.E.* Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid With Free Surface // Phys. Fluids. 1965. V. 8. № 12. P. 2182.
- Shuvalov V. and Artemieva N.* Numerical modeling of phreatomagmatic explosions. / GFF, v. 126, part 1, p. 50. The 26th Nordic Geological Winter Meeting. January 6th-9th 2004, Uppsala, Sweden.
- Smagorinsky J.* General Circulation Experiments with Primitive Equations // Monthly Weather Review. 1963. V. 91. № 3. P. 99.
- Tominaga Y., Stathopoulos T.* Turbulent Schmidt numbers for CFD analysis with various types of flowfield // Atmospheric Environment. 2007. No. 41. P. 8091–8099.
- Viccelly J.A.* A Computing Method for Incompressible Flows Bounded by Moving Walls // J. Comp. Phys. 1971. V. 8. P. 119.
- Wohletz K.H., McQueen R.G.* Experimental studies of hydromagmatic volcanism // Studies in Geophysics. Explosive volcanism: Inception, Evolution and Hazards. Washington: National Academy Press, 1984. P. 158–169.