

МОДЕЛЬ КАВИТАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПОВЕРХНОСТИ СОПРИКОСНОВЕНИЯ ЖИДКОСТИ С МЕЛКОДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ В ГЕОСИСТЕМАХ

А.П. Голубь, С.И. Попель

Разработаны самосогласованная теоретическая модель и схема численного моделирования, а также создан численный код, реализующие описание кавитационных процессов в геосистемах. В отличие от ранее проведенных исследований объемных кавитационных процессов предложено рассмотрение этих процессов на поверхности соприкосновения жидкости с мелкодисперсными частицами. Модель описывает динамику сжатия и расширения кавитационного пузырька под действием внешнего давления, газодинамические процессы в парах внутри пузырька, теплообмен между паром и жидкостью, сопровождаемый фазовым превращением, кинетику фазового превращения, нагрев и плавление твердой микрочастицы в результате контакта с высокотемпературным паром. Обсуждаются применения модели для описания формирования нано- и микросферул в земной коре, процессов при формировании рудных месторождений, технологических процессов извлечения из минерального сырья в кавитационной камере. Показано, что кавитационные процессы, происходящие на поверхности соприкосновения жидкости с мелкодисперсными частицами, в ряде ситуаций оказываются более эффективными, чем ранее рассмотренные объемные кавитационные процессы.

Введение

Кавитационные процессы играют, как выяснилось, важную роль в понимании явлений, происходящих в земной коре. Механизм кавитационного плавления существенен для объяснения происхождения микроскопических шаровидных образований в пустотах и трещинах жильного кварца из мезотермальных золоторудных месторождений [Гамянин и др., 1999; Адушкин и др., 2004, 2006]. Изучение кавитационных процессов в геосистемах с участием нано- и микроструктур может дать новую информацию о механизмах минералообразования, рудообразования и т.д. Кавитационные процессы в специальных установках могут использоваться [Адушкин и др., 2007] для выделения нано- и микромасштабных мономинеральных фракций из полиминеральных микрочастиц, что имеет существенное значение с точки зрения повышения эффективности разработки менее богатых месторождений и переработки рудных отвалов и хвостохранилищ, содержащих определенное количество благородных металлов в виде тонковкрапленных фракций [Некрасов, 1988].

В работах [Адушкин и др., 2004, 2006, 2007] рассматривалась ситуация, когда кавитационные пузырьки образуются во всем объеме жидкости. Такого рода объемные кавитационные процессы в определенном смысле аналогичны объемному

кипению. Однако объемное кипение, когда пузырьки образуются во всем объеме жидкости, можно наблюдать лишь в исключительных случаях – при кипении жидкости образование пузырьков пара происходит в основном на поверхности соприкосновения жидкости с твердым телом (поверхностное кипение). Роль твердых поверхностей как фактора, облегчающего образование пузырьков, состоит в том, что работа, которую следует затратить для образования пузырька на границе с твердыми поверхностями, оказывается меньше работы, необходимой для создания сферического пузырька в объеме жидкости. Мелкодисперсные частицы руды или вмещающей породы являются естественными центрами образования кавитационных поверхностных пузырьков. При резком возрастании внешнего давления кавитационные пузырьки коллапсируют. Сжатие пузырька сопровождается резким локальным повышением температуры и давления, что может приводить по аналогии с результатами [Адушкин и др., 2004, 2006, 2007] к плавлению и/или разделению на мономинеральные фракции мелкодисперсной частицы, на которой удерживается коллапсирующий пузырек.

Целью настоящей работы является разработка самосогласованной теоретической модели такого рода поверхностных кавитационных процессов в геосистемах, а также проведение оценки эффективности кавитационных процессов, происходящих на поверхности соприкосновения жидкости с мелкодисперсными частицами, при формировании нано- и микросферул в земной коре, эволюции рудных месторождений, а также в технологических процессах извлечения из минерального сырья в кавитационной камере.

Упрощающие предположения

Поверхностные пузырьки имеют грибовидную форму, их размеры, время нахождения на твердой поверхности, частота отрыва от поверхности и т. п. зависят от локальных вариаций смачиваемости, шероховатости поверхности, ее наклона и ряда неучитываемых случайных воздействий [Несис, 1973]. В стационарных условиях пузырек устойчив, газовое давление в нем уравнивается внешнее давление. Если давление в жидкости становится больше внутреннего давления в пузырьке, то равновесие нарушается, жидкость устремляется к подстилающей твердой поверхности и захлопывает пузырек. По мере уменьшения объема пузырька увеличиваются давление и температура газа внутри пузырька. Если давление в жидкости поднимается медленно и становится выше давления насыщенного пара при температуре, равной температуре жидкости, то пузырек исчезает. В случае достаточно быстрого повышения давления пар в пузырьке не успевает сконденсироваться, давление внутри пузырька настолько возрастает, что сдерживает напор жидкости и заставляет ее отступить обратно. При быстром сжатии пузырька плотность, давление и температура пара достигают весьма больших значений, не зависящих от начального объема и геометрической формы пузырька. Движение пара внутри пузырька остается дозвуковым. Газодинамические процессы доминируют над процессами, в которых участвует теплопроводность. Поскольку температура пара оказывается значительно выше температуры жидкости и имеет место нарушение фазового равновесия, необходимо учитывать теплообмен между паром и жидкостью, обусловленный фазовым превращением. Кроме того [Маргулис, 2000], неидеальность плотного газа в пузырьке может являться важным фактором, определяющим динамику сжатия пузырька.

При расчете нагрева твердой мелкодисперсной частицы (с учетом возможности ее плавления), находящейся в жидкости и взаимодействующей с коллапсирующим кавитационным пузырьком, делаются следующие упрощающие задачу допущения:

- жидкость несжимаемая;
- кавитационные пузырьки не взаимодействуют друг с другом; по форме пузырек представляет собой шаровой сектор с центром шара, расположенным на подстилающей поверхности мелкодисперсной частицы; при изменении объема пузырька его геометрическая форма сохраняется;
- динамика пузырька, движение пара в нем и нагрев окружающей пузырек жидкости описываются в рамках соответствующей сферически симметричной задачи; пар считается газом Ван-дер-Ваальса; при расчете газодинамических процессов в пузырьке пренебрегается теплообменом между паром и мелкодисперсной частицей по сравнению со значительно более интенсивным, сопровождаемым фазовым превращением теплообменом между паром и жидкостью;
- полиминеральный характер мелкодисперсной частицы учитывается следующим образом: реальная геометрическая форма частицы не рассматривается, а лишь задаются ее характерный линейный размер (диаметр для частицы по форме близкой к сферической или толщина для частицы в виде пластины) и характерный линейный размер ее ядра – вкрапления из благородного металла; процесс нагрева и плавления мелкодисперсной частицы при контакте ее с паром пузырька описывается в рамках одномерной (плоской) задачи теплопроводности для соответствующего трехслойного несжимаемого тела: между двумя слоями из минерала располагается слой из благородного металла.

Основные уравнения

Система уравнений газовой динамики, описывающая движение пара внутри пузырька, имеет вид:

$$\rho r^2 \frac{\partial r}{\partial m} = 1, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -r^2 \frac{\partial p}{\partial m},$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial(r^2 u)}{\partial m} + \frac{\partial F}{\partial m} = 0, \quad F = -r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (1)$$

$$u = 0 \text{ и } \partial T / \partial r = 0 \text{ при } m = 0,$$

$$p(\rho, T), e(\rho, T), \lambda(\rho, T),$$

$$\rho = \rho_0, T = T_0, p = p_0, u = 0, r_b = r_{b0}, m_w = m_{w0} \text{ при } t = 0,$$

$$0 \leq r \leq r_b(t), 0 \leq m \leq m_w(t), t \geq 0,$$

где t – время, r – радиус (эйлерова координата), $r_b(t)$ – радиус пузырька, m – лагранжева массовая координата, $m_w(t)$ – масса пара в пузырьке, приходящаяся на единичный телесный угол, u – скорость, ρ – плотность, p – давление, e – удельная внутренняя энергия, T – температура, F – поток энергии, переносимой теплопроводным механизмом, λ – коэффициент теплопроводности. Граница пара с подстилающей поверхностью микрочастицы соответствует значениям $m = 0$ и $r = 0$, граница пара с жидкостью – $m = m_w$ и $r = r_b$, индексом «0» отмечены величины в начальный момент времени.

Термическое и калорическое уравнения состояния пара, который рассматривается как газ Ван-дер-Ваальса, в условиях локального термодинамического равновесия имеют следующий вид:

$$(p + ap^2)(1 - bp) = \rho RT, \quad (2)$$

$$e = c_v T - ap = \frac{3}{2} RT + e_{\text{int}} - ap,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса, c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме, $e_{\text{int}}(T)$ – энергия единицы массы газа, связанная с внутренними степенями свободы молекул, $R = k/M$ – газовая постоянная, M – масса молекулы, k – постоянная Больцмана.

Изменение температуры жидкости определяется системой уравнений теплопроводности:

$$c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} + \frac{\partial F_l}{\partial m_l} = 0, F_l = -r^2 \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r}, \partial m_l = \rho_l r^2 \partial r, \quad (3)$$

$$T_l(t = 0, m_l) = T_0, F_l = 0 \text{ и } T_l = T_0 \text{ при } m_l \Rightarrow +\infty,$$

$$F_l(t, m_l = m_w + 0) = F_{lw}, m_l > m_w, r > r_b, t \geq 0,$$

где m_l – лагранжева массовая координата в области, занятой жидкостью, T_l , $c_l(T_l)$ и $\lambda_l(T_l)$ – температура, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности жидкости, F_{lw} – поток энергии, отводимый механизмом, связанным с теплопроводностью, от границы пузырька в жидкость и обеспечивающий энергетический баланс при теплообмене с паром.

Распределение скорости жидкости u_l по радиусу r после начала движения определяется из уравнения непрерывности для несжимаемой жидкости в условиях сферической симметрии:

$$u_l = u_b \frac{r_b^2}{r^2}, r > r_b, t \geq 0, u_b = \frac{dr_b}{dt}, u_b = 0 \text{ при } t = 0, \quad (4)$$

где u_b – скорость границы пузырька, а давление в жидкости p_l удовлетворяет уравнению Эйлера

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} = -r^2 \frac{\partial p_l}{\partial m_l}.$$

Изменение радиуса пузырька в несжимаемой жидкости описывается уравнением Рэлея-Плессета [Маргулис, 2000], которое можно представить в виде

$$r_b \frac{d^2 r_b}{dt^2} + \frac{3}{2} u_b^2 + \frac{1}{\rho_l} \left(p_\infty - q_{pw} + \frac{2\sigma}{r_b} + \frac{4\eta u_b}{r_b} \right) = 0, \quad (5)$$

где $\sigma(T_{lw})$, $\eta(T_{lw})$ и $T_{lw} = T_l(t, m = m_w + 0)$ – поверхностное натяжение, вязкость и температура жидкости на границе с паром, q_{pw} – плотность потока импульса на границе пузырька со стороны пара, $p_\infty(t)$ – давление в жидкости вдали от пузырька. Отметим, что поверхностное натяжение и вязкость жидкости следует учитывать для пузырьков достаточно малых размеров.

Если температура жидкости на границе с паром T_{lw} меньше критической температуры газа Ван-дер-Ваальса T_{cr} , то на поверхности пузырька имеет место фазовое превращение вещества. Рассматривая границу пузырька как гидродинамический

разрыв (волну фазового превращения), запишем соотношения непрерывности на его поверхности потоков массы, импульса и энергии:

$$\begin{aligned} \frac{dm_w}{dt} &= -r_b^2 \rho_w (u_w - u_b), \quad p_{lw} = q_{pw} \equiv p_w + \rho_w (u_w - u_b)^2, \\ F_{lw} - \frac{dm_w}{dt} (c_l T_{lw} - Q_v) &= F_w - \frac{dm_w}{dt} \left(e_w + \frac{p_w}{\rho_w} + \frac{(u_w - u_b)^2}{2} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где индексом «w» отмечены величины по обе стороны волны фазового превращения, $\rho_w \ll \rho_l$, p_{lw} – давление в жидкости на границе пузырька, $Q_v(T_{lw})$ – удельная теплота испарения.

Если температура жидкости на границе с паром выше критической температуры (или равна ей), то считается, что фазовый переход отсутствует, и на границе $m_l = m_w$ имеют место соотношения (6) при условии

$$u_w = u_b \text{ при } T_{lw} \geq T_{cr}. \quad (7)$$

На поверхности пузырька протекают два конкурирующих между собой процесса: поверхностное испарение и поверхностная конденсация. Предполагается, что пар находится в состоянии локального термодинамического равновесия во всем объеме пузырька за исключением прилегающего к поверхности жидкости кнудсеновского слоя толщиной в несколько средних длин свободного пробега молекул. В этом слое распределение молекул по скоростям может существенно отличаться от локально-равновесного максвелловского распределения, приближаясь к равновесному распределению по мере удаления от поверхности жидкости. Поскольку радиус пузырька намного больше средних длин свободного пробега молекул газа, то кнудсеновский слой можно рассматривать как тонкую плоскую квазистационарную область, являющуюся составной частью волны фазового превращения. Поскольку при нарушении фазового равновесия конвективный перенос доминирует над теплопроводным, при переходе через кнудсеновский слой должны сохраняться конвективные потоки массы, импульса и энергии:

$$\begin{aligned} q_{mw} &= \rho_w (u_w - u_b) = \rho_K u_K, \\ q_{pw} &= p_w + \rho_w (u_w - u_b)^2 = p_K + \rho_K u_K^2, \\ q_{ew} &= q_{mw} \left(e_w + \frac{p_w}{\rho_w} + \frac{(u_w - u_b)^2}{2} \right) = q_{mw} \left(e_K + \frac{p_K}{\rho_K} + \frac{u_K^2}{2} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где индексом «K» отмечены величины, характеризующие состояние пара на границе кнудсеновского слоя с жидкостью, u_K – скорость пара относительно поверхности жидкости, величины с индексом «w» соответствуют границе кнудсеновского слоя с локально равновесным паром на волне фазового превращения.

Структура кнудсеновского слоя и значения газодинамических переменных непосредственно вблизи испаряющейся поверхности жидкости определяются уравнениями кинетики фазовых превращений по аналогии с работами [Анисимов, 1968; Найт, 1979], в которых кнудсеновский слой рассматривается для идеального газа. В отличие от [Анисимов, 1968; Найт, 1979] здесь кнудсеновский слой рассматривается для газа Ван-дер-Ваальса. При этом учитывается тот факт, что в выражениях для давления и удельной внутренней энергии газа Ван-дер-Ваальса присутствуют так называемые «холодные» составляющие (связанные исключительно с притяжением молекул друг к другу и зависящие от взаимного расположения молекул, то есть от

концентрации газа) и тепловые составляющие (соответствующие тепловому движению молекул и зависящие от функции распределения молекул по скоростям).

Дальнейшие преобразования исходных уравнений (1)–(8) с учетом структуры кнудсеновского слоя связаны с рассмотрением существенно дозвукового характера течения газа в пузырьке. Так полученные уравнения решаются численно. При этом используется трехточечная неявная разностная схема уравнения теплопроводности [Самарский, 1971] и полностью консервативная разностная схема уравнений газовой динамики [Самарский, Попов, 1975].

Результаты и их обсуждение

Рассмотрим пример численного расчета. Предположим, что в воде при давлении $p_0 = 10^5$ Па и температуре $T_0 = 373$ К (температура кипения воды) находится паровой пузырек радиусом $r_{b0} = 0,5$ см, расположенный на кварцевой микрочастице. В начальный момент времени давление в жидкости вдали от пузырька скачком увеличивается до величины $p_\infty = 15p_0$. На рис. 1 представлены зависимости от времени t следующих величин: r_b/r_{b0} – отношение радиуса пузырька r_b к его на-

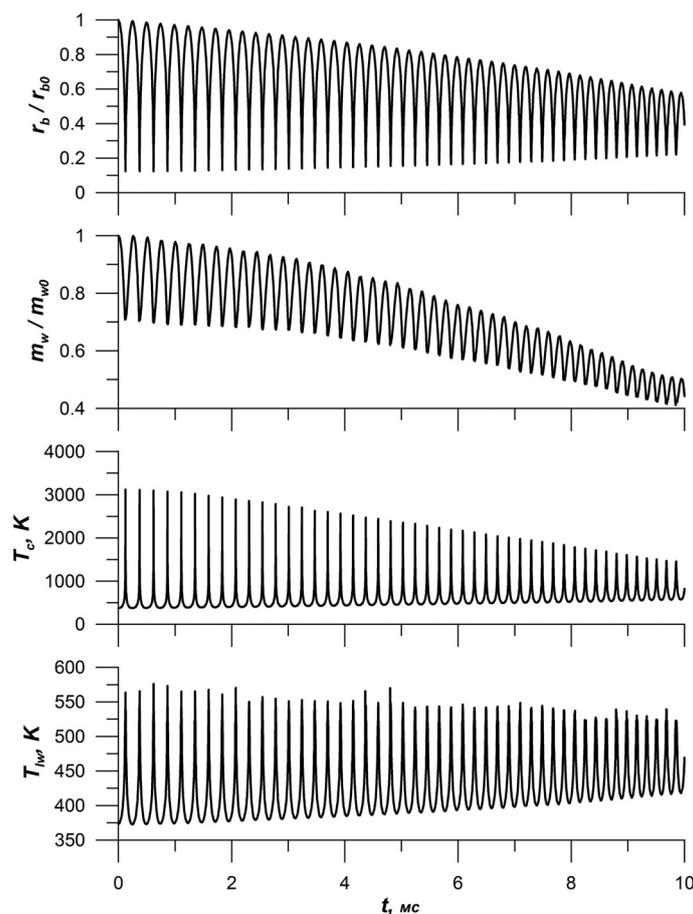


Рис. 1. Временные зависимости r_b/r_{b0} , m_w/m_{w0} , T_c и T_{fw} в пульсирующем кавитационном пузырьке

начальному радиусу r_{b0} , m_w/m_{w0} – отношение массы пара в пузырьке m_w к его начальной массе m_{w0} , T_c – температура пара на границе с мелкодисперсной частицей, T_{lv} – температура жидкости у границы пузырька. Видно, что движение пузырька носит пульсирующий характер со следующими друг за другом стадиями сжатия и расширения. Эти собственные колебания пузырька затухающие, что обусловлено нагревом окружающей пузырек жидкости. При первом максимальном сжатии пузырька масса пара в нем уменьшается примерно в 1,4 раза по сравнению с начальной массой, температура пара T_c на границе с микрочастицей достигает 3100 К, что в 1,4 раза больше соответствующей величины, полученной в рамках модели, не учитывающей фазовые превращения. Начиная с момента времени, когда значение температуры T_c при максимальном сжатии пузырька становится меньше температуры плавления мелкодисперсной частицы (T_{ml})_p (для кварца (T_{ml})_p = 1883 К), плавление микрочастицы прекращается. В рассматриваемом примере численного решения для микрочастицы из кварца (наиболее тугоплавкого минерала) толщина расплавленного слоя составляет 3 мкм.

Таким образом, плавление, связанное с поверхностными кавитационными процессами, оказывается достаточно эффективным и может вносить существенный вклад в процессы формирования нано- и микросферул в земной коре, процессы при формировании рудных месторождений, технологические процессы извлечения из минерального сырья в кавитационной камере.

С точки зрения развития методов кавитационного разрушения полиминеральных микрочастиц и выделения из них нано- и микромасштабных мономинеральных фракций [Адушкин и др., 2007] большой интерес представляет изучение поверхностной кавитации, вызываемой ультразвуковыми полями с амплитудами давления, лежащими в пределах от 10^5 до 10^6 Па. В этом случае возникают режимы с вынужденными колебаниями кавитационных пузырьков под действием внешнего периодического синусоидального давления, что может приводить к максимальному эффекту.

Работа выполнена по Программе № 5 фундаментальных исследований ОНЗ РАН «Наночастицы: условия образования, методы анализа и извлечения из минерального сырья», а также Совета по грантам Президента РФ (проект № НШ-203.2012.5) для поддержки ведущих научных школ.

Литература

Адушкин В.В., Андреев С.Н., Попель С.И. Кавитационный механизм формирования нано- и микрочастиц минералов в рудных месторождениях // Геология руд. месторождений. 2004 а. Т. 46, № 5. С. 363–370.

Адушкин В.В., Андреев С.Н., Попель С.И. Кавитационный механизм формирования нано- и микрочастиц в недрах Земли // Докл. РАН. 2004 б. Т. 399, № 1. С. 107–109.

Адушкин В.В., Андреев С.Н., Попель С.И. Формирование нано- и микросферул минералов в рудных месторождениях в зависимости от глубины залегания вмещающей породы // Геология руд. месторождений. 2006. Т. 48, № 3. С. 237–243.

Адушкин В.В., Андреев С.Н., Попель С.И. Кавитационное выделение нано- и микромасштабных мономинеральных фракций из полиминеральных микрочастиц // Геология руд. месторождений. 2007. Т. 49, № 3. С. 227–234.

Анисимов С.И. Об испарении металла, поглощающего лазерное излучение // ЖЭТФ. 1968. Т. 54, Вып. 1. С. 339–342.

Гамянин Г.Н., Жданов Ю.Я., Сыромятникова А.С. Состав и структурные особенности эндогенных сфероидов в золоторудных месторождениях Северо-Востока России // Зап. Всеросс. минерал. о-ва. 1999. Ч. 128, № 5. С. 71–75.

Маргулис М.А. Сонолюминесценция // УФН. 2000. Т. 170, № 3. С. 263–287.

Найт Ч. Дж. Теоретическое моделирование быстрого поверхностного испарения при наличии противодействия // Ракетная техника и космонавтика. 1979. Т. 17, № 5. С. 81–86.

Некрасов Е.М. Зарубежные эндогенные месторождения золота. М.: Недра, 1988. 286 с.

Несис Е.И. Кипение жидкостей. М.: Наука, 1973. 280 с.

Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.

Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975. 352 с.