

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ВЕЛИЧИНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ОБРАЗЦАМИ ГОРНЫХ ПОРОД НИЗКОЙ ПОРИСТОСТИ**

***И.Б. Косарев, С.П. Соловьев***

Проведены предварительные оценки характеристик электрической поляризации, возникающей при ударном воздействии на образцы горных пород, проявляющие аномальный пьезоэлектрический эффект. Физическая модель поляризации построена на основе механизма движущихся заряженных дислокаций. Конкретные расчёты проведены для образца из мрамора.

## Введение

Исследование генерации электромагнитных сигналов при динамических воздействиях на образцы горных пород служит одним из методов изучения механизмов возникновения электромагнитного излучения в твердых телах. Предполагаемое сходство отдельных механизмов генерации электромагнитного поля при протекании естественных процессов в земной коре и в процессе деформации и разрушения образцов горной породы побудило исследователей использовать для моделирования электромагнитных эффектов. Эксперименты в лабораторных условиях обладают тем преимуществом, что позволяют осуществлять контролируемое динамическое воздействие на фрагмент горной породы в условиях различного напряженно-деформированного состояния. Электромагнитная эмиссия напрямую связана с проявлением различного рода физических механизмов, способствующих преобразованию механической энергии в электромагнитную.

Источниками генерации электромагнитного излучения в твердых телах являются механоэлектрические преобразователи (МЭП), возбуждаемые за счёт пьезоэлектрического, пьезомагнитного эффектов, электрокинетических явлений, процессов электризации при трении и трещинообразовании, движения заряженных дислокаций и др. [Гохберг и др., 1988]. Некоторые из этих механизмов были проанализированы в работе [Косарев, Соловьев, 2011]. Цель проводимых исследований – изучение возможного проявления этих физических механизмов в проведенных динамических экспериментах.

## Механическая модель

Ударное воздействие является одним из эффективных способов возбуждения упругих волн в исследуемом образце, в свою очередь приводящих к появлению электрических сигналов [Веттегренъ и др., 2013; Chmel, Shcherbakov, 2012; Беседина и др., 2010; Яворович и др., 1999]. На рассматриваемом в статье примере соударения металлического шара и образцов различных горных пород, на которых ранее были проведены лабораторные эксперименты [Беседина и др., 2010], анализируется связь механических параметров удара с характеристиками возникающей при этом электрической поляризации. Ниже будут приведены расчеты для мраморного образца.

Каждый из используемых в экспериментах образцов представляет собой балку со своими размерами в трёх измерениях, лежащую на упругом основании [Беседина и др., 2010]. Поэтому строгое решение динамической задачи о продольном ударе стального шарика по торцу образца и рассмотрение волнового движения в нём должно быть проведено как расчёт 3-х мерной задачи. Распространение любого возмущения вдоль продольной оси балки можно представить в виде волн, которые многократно отражаются от граней. При этом волна каждого одного типа при отражении порождает 2 типа волн, и процесс распространения оказывается очень сложным для описания. Изучение результатов ряда работ, связанных с подобного рода задачами, (см. например, [Кондауров и др., 1984]), показывает, что наряду с осевым волнообменом происходит интенсивное радиальное движение. В процессе распространения продольной волны возникают силы инерции, связанные с расширением и/или сжатием среды в поперечном направлении. В ряде работ [Адищев, Кардаков, 1992; Skalak, 1957; Miklowitz, 1957] радиальная инжекция была учтена

введением дополнительного слагаемого, описывающего дисперсные эффекты, в уравнение распространения волн деформаций, в результате чего задача была сведена к квазиодномерному приближению. В ряде экспериментальных работ было также показано, что для описания волновой картины в стержне (поперечные размеры которого гораздо меньше, чем его длина) на расстояниях приблизительно в 10 раз превышающих размеры его поперечного сечения может быть использована одномерная постановка задачи. Так в экспериментах с мраморным стержнем [Беседина и др., 2010] было установлено, что на расстоянии  $\sim 1$  м от торца, по которому производился удар, сформировавшаяся упругая волна с хорошей точностью может быть описана как плоская, и для ее моделирования может быть использована одномерная постановка.

В рассматриваемой задаче для описания начальной стадии используется решение Герца, полученное для абсолютно упругого нормального удара металлического шара в торец балки. Зависимости от времени смещения поверхностей в контактной точке шаровой поверхности  $h(t)$ , силы и времени столкновения, рассчитанные по теории Герца, взяты из [Read, 1985]:

$$h(t) = h_m \sin(\pi t/t_c). \quad (1)$$

Максимальное смещение  $h_m$  поверхности твёрдого полупространства, по которой происходит удар:

$$h_m = \left( \frac{15}{16} m V_0^2 (x_1 + x_2) R_1^{-0.5} \right)^{0.4}, \quad (2)$$

где  $x_i = (1 - \nu_i^2)/E_i$ ,  $i = 1, 2$ ,  $E_i$  и  $\nu_i$  – модули Юнга и Пуассона для материала шара ( $i = 1$ ) и полупространства ( $i = 2$ ),  $R_1$  – радиус шара,  $V_0$  – его скорость,  $m$  – масса шара, время столкновения

$$t_c = 4,53(4\pi d_1(x_1 + x_2)/3)^{2/5} R_1 V_0^{-2/5},$$

где  $d_1$  – плотность материала шара.

Зависимость нормальной силы сжатия  $F$  от смещения имеет вид степенной функции  $F = \text{const} \cdot h^{3/2}$ . Постоянная зависит от геометрии соударяющихся тел и упругих свойств материалов. Сила  $F$  между шаром и торцевой поверхностью имеет вид:

$$F(t) = F_{\max} \sin(\pi t/t_c)^{3/2},$$

где

$$F_{\max} = 1,917 d_1^{3/5} (x_1 + x_2)^{-2/5} R_1^2 V_0^{6/5}, \quad (2')$$

Поскольку точки измерения механических и электрических величин расположены достаточно далеко от ударяемого торца, для проведения численных оценок воспользуемся асимптотическим решением задачи, соответствующим выходу решения неодномерной задачи на одномерное в виде плоской волны, возникающей в результате взаимодействия и многократного отражения волн от боковых граней балки и распространяющейся на расстояниях от торца больших  $10a$  (где  $a = 10$  см – характерный размер сечения балки) – «стержневое приближение». При этом предполагается, что удар производится твёрдым телом той же массы, что и шар, но с площадью сечения, совпадающей с площадью сечения образца.

Плоская волна деформации описывается следующим уравнением [Ландау, Лившиц, 1969]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (3)$$

где  $u(x, t)$  – смещение сечений с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ,  $c = \sqrt{E/d}$  – скорость распространения волны в веществе стержня с модулем упругости  $E$  и плотностью  $d$ . В момент времени  $t = 0$  тело массы  $m$  наносит удар по торцу стержня со скоростью  $V_0$ .

Начальные и граничные условия в задаче следующие [Манжосов, 2007]:

$$u|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = \begin{cases} V_0, & x = 0 \\ 0, & 0 < x \leq L \end{cases} \quad (4)$$

$$m \left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - ES \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad ES \left. \frac{\partial u}{\partial x} + Ku \right|_{x=L} = 0.$$

Здесь  $L$  – длина стержня,  $K$  – коэффициент, характеризующий свойства материала образца,  $S$  – площадь сечения стержня. Характерный временной масштаб длительности граничного импульса давления, который формируется под действием удара, определяется параметром  $\alpha = ES/mc$ . Решение задачи (3) и (4) получено с помощью преобразования Лапласа по времени [Манжосов, 2007].

Обратная величина параметра  $\alpha$  в сформулированной модели, описывающей распространение волн,  $\alpha^{-1}$  играет роль характерного временного масштаба столкновения. При выбранных значениях массы стального ударника, плотности и скорости продольных волн для мраморного образца его величина составляет 1 мкс. При этом время столкновения  $t_c$ , рассчитанное по теории Герца (см. формулы (2')) равно 100 мкс. В применении к практическому расчёту динамики распространения волн сжатия в одномерном приближении используется эффективное значение  $\alpha$ , которое находится из наилучшего приближения к экспериментальным величинам массовой скорости  $V$  за фронтом и осевых напряжений, рассчитанных по формулам (2'). В результате подбора принято эффективное значение  $\alpha^{-1} = 50$  мкс.

### Модель движущихся заряженных дислокаций

Оценим величины электрических сигналов, возникающих при ударном воздействии на мраморный образец, исходя из механизма движущихся заряженных дислокаций [Гохберг и др., 1988; Slifkin, 1993; Косарев, Соловьев, 2011].

В квазистатическом приближении электрический потенциал  $\varphi$  в точке наблюдения может быть получен путём суммирования вкладов от всех возможных составляющих рассматриваемого объёма образца горной породы [Yoshida et al., 1997]:

$$\varphi(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_m \frac{v_m(\vec{P}^{(m)} \cdot \vec{r}^{(m)})}{|\vec{r}^{(m)}|^3}, \quad (5)$$

где суммирование проводится по составляющим образца, дающим вклад в величину потенциала,  $\vec{P}^{(m)}$  – вектор поляризации,  $\vec{r}^{(m)}$  – радиус-вектор, проведённый от  $m$ -го объёма  $v_m$  в точку наблюдения,  $\epsilon$  – величина диэлектрической проницаемости материала образца.

Для ударной поляризации можно записать следующее уравнение, описывающее поляризацию в каждом элементарном  $i$ -том объеме образца

$$\frac{dP_i}{dt} = -c_p \frac{d\sigma}{dt} - \frac{P_i}{\tau_r}. \quad (6)$$

1-ый член в правой части уравнения описывает ударную поляризацию в объеме исследуемого образца,  $c_p$  – модуль связи поляризации и напряжения.

Величину  $\dot{\sigma}$  можно получить из решения уравнений механической модели. Тогда, исходя из асимптотического решения механической задачи, получаем, что временная производная механического напряжения в далеких от ударяемого торца точках записывается как

$$\dot{\sigma} = -\frac{\Delta\sigma}{\tau} e^{-t/\tau}. \quad (7)$$

Параметр  $c_p$  здесь рассчитывается на основе модели движущихся дислокаций (MCD),  $\tau_r$  – временной масштаб релаксации электрического заряда:

$$\tau_r = \rho\epsilon, \quad \tau = 1/\alpha,$$

$\rho$  – величина удельного сопротивления материала образца.

Решение уравнения для поляризации (6) запишется как

$$P_i(t) = \frac{c_p \cdot \Delta\sigma \cdot \alpha \tau_r}{1 - \alpha \tau_r} (e^{-at} - e^{-t/\tau_r}). \quad (8)$$

При этом плотность поляризационного тока

$$j_p = \frac{dP_i}{dt} = \frac{c_p \cdot \Delta\sigma \cdot \alpha \tau_r}{1 - \alpha \tau_r} (e^{-t/\tau_r}/\tau_r - \alpha e^{-at}). \quad (9)$$

Сечения стержня, через которые проходит ударный импульс, подвергаются резкому продольному сжатию с последующей разгрузкой. Регистрируемый электрический сигнал в точке измерения соответствует суммарному вкладу от сечений стержня, нагруженных ударным импульсом, движущимся по стержню. Заметное возрастание его абсолютной величины обусловлено усилением поляризации образца, связанным с прохождением фронта через сечение балки, в котором находится измерительная точка.

Для описания возникновения электрических сигналов в проведенных экспериментах [Беседина и др., 2010] в работе использовался механизм движущихся заряженных дислокаций. Поляризационное поле в этом механизме определяют процессы, приводящие к образованию заряженных дислокаций и трещинообразованию. Эти процессы возникают и развиваются при механическом нагружении материала образца [Гохберг и др., 1987; Hadjicontis, Mavromatou, 1994; Slifkin, 1993; Косарев, Соловьев, 2011].

В процессе движения дислокации равновесное положение дислокационной линии и окружающего её облака точечных дефектов нарушается, при этом нарушается и электронейтральность. В этом физическом механизме поляризационное поле, определяемое дислокационным механизмом, пропорционально производной по времени от приложенного механического напряжения. Движение заряженных дислокаций производит поперечную поляризацию по отношению к направлению возникающего в волне напряжения сжатия [Vallianatos, Tzanis, 1998].

Основываясь на этой гипотезе, можно записать следующее выражение для плотности поляризационного тока

$$j_p = \sqrt{2} \beta \frac{q_\ell}{b} \dot{\epsilon}_p, \text{ где } \beta = \frac{\Lambda^+ - \Lambda^-}{\Lambda^+ + \Lambda^-}. \quad (10)$$

$\Lambda^+$  и  $\Lambda^-$  – плотности дислокаций разных механических знаков,  $\beta$  – константа, величина которой около 1 для ионных кристаллов,  $q_\ell$  – заряд дислокаций на единицу длины,  $b$  – вектор Бюргера,  $\dot{\epsilon}_p$  – скорость деформации.

Уравнение (10) показывает, что наблюдаемые изменения электрических сигналов связаны с нестационарными изменениями деформации в исследуемом образце. Используя в качестве оценки экспериментальные величины заряда на единицу длины, равного  $0,1e$  и  $b = 5 \cdot 10^{-10}$  м, можно получить входящую в (10) величину  $q_\ell = 0,3 \cdot 10^{-10}$  Кл/м [Slifkin, 1993].

Приведённые в ряде работ последних лет [Stavrakas et al., 2003; Stavrakas et al., 2008] результаты экспериментальных работ описываются достаточно простым соотношением, связывающим измеренный электрический ток со скоростью изменения механического напряжения, приложенного к образцу при его одноосном сжатии. Величина измеренного в экспериментах тока

$$I = \gamma \frac{d\sigma}{dt}, \quad (11)$$

где масштабный коэффициент  $\gamma$  проявляет обратную зависимость от модуля Юнга  $E$  (то есть  $\gamma \sim 1/E$ ) и рассчитывается по экспериментальным данным как

$$\gamma = \frac{I_{\max}}{(d\sigma/dt)_{\max}}, \quad (12)$$

где  $I_{\max}$  – максимальная величина возникающего тока при одноосном сжатии,  $(d\sigma/dt)_{\max}$  – соответствующая величина скорости изменения механического напряжения.

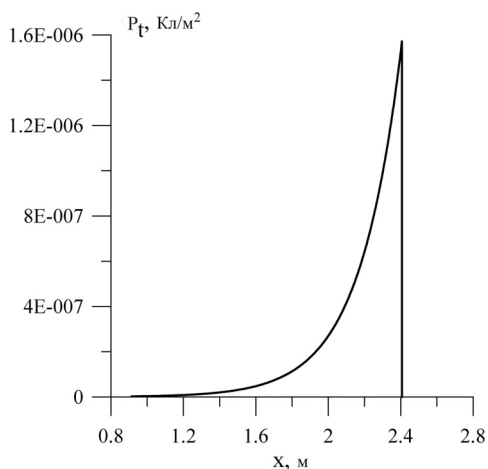
В настоящей работе были использованы зависимости  $\gamma$ , полученные в работах [Stavrakas et al., 2003; Stavrakas et al., 2008]. Регистрируемый в этих работах ток линейно связан со скоростью изменения механического напряжения  $d\sigma/dt$  до тех пор, пока материал образца деформируется упруго. Аппроксимируя экспериментальную зависимость, связывающую измеренный ток  $I_{\max}$  в (пА) и скорость изменения механического напряжения  $\dot{\sigma}_{\max}$ , можно получить следующее соотношение

$$\gamma = \frac{I_{\max}}{(d\sigma/dt)_{\max}} = 0.1755 \text{ пА/(МПа/с)}. \quad (13)$$

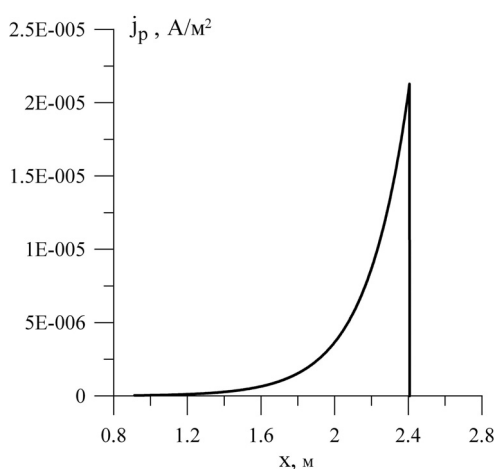
Используя приведенные выше величины параметров, даваемые формулами (10) и (13), получаем, что  $c_p = 10^{-7} \div 10^{-6}$  Кл/(м<sup>2</sup>МПа). Отметим, что экспериментальное значение  $c_p$ , полученное в [Гончаров, Соловьев, 2004], заключено в пределах  $10^{-9} - 10^{-7}$  Кл/(м<sup>2</sup>МПа).

### Результаты расчётов

На основе выбранного для описания экспериментов [Беседина и др., 2010] механизма движущихся заряженных дислокаций проведено численное моделирова-



**Рис. 1.** Распределение плотности поляризации вдоль оси мраморного образца  $t = 0.524$  мс



**Рис. 2.** Распределение плотности поляризационного тока  $j_p$  по оси мраморного образца  $t = 0.524$  мс

ние процесса возникновения электрической поляризации при ударе стального шарика диаметром 36 мм по торцу мраморной балки длиной 3,6 м. В момент удара скорость налетающего стального шарика равна 1,1 м/с. Измерительная точка расположена на 2,41 м от удара торца.

На рис. 1-2 приведены распределения возникающего при торцевом ударе импульса электрической поляризации  $P_t$  (Кл/м<sup>2</sup>) и плотности поляризационного тока  $j_p = \partial P_t / \partial t$  вдоль оси балки, соответствующие распределениям напряжения  $\sigma$  и его производной по времени  $\dot{\sigma}$ . Графики этих величин приведены для момента времени  $t = 0.524$  мс прохождения измерительной точки. Из приведенных рисунков видно, что электрическая поляризация происходит на фронте ударного импульса, распространяющегося по образцу.

### Выводы

Проведено численное моделирование экспериментов, в которых наблюдалось возникновение электрической поляризации при ударе стального шара по поверхности мраморного образца. Физический механизм, используемый для описания электрической поляризации, – механизм движущихся заряженных дислокаций. В предположении, что электрическая поляризация пропорциональна скорости изменения по времени приложенного механического напряжения, вычислено значение модуля связи величины электрической поляризации и производной по времени механического напряжения, которое заключено в пределах  $10^{-7}$ – $10^{-6}$  Кл/(м<sup>2</sup>МПа). Заметное превышение теоретических величин над экспериментальными, возможно, объясняется использованием квазистационарного соотношения для поляризационного тока или попаданием в область пластических деформаций.

*Представленная работа выполнена при поддержке РФФИ (Проект № 12-05-00578а).*

### Литература

- Адищев В.В., Кардаков В.Д. Точное решение задачи об ударе по стержню с учётом дисперсии // Известия ВУЗов. Строительство. 1992. С. 46–48.
- Беседина А. Н., Кочарян Г.Г., Павлов Д.В., Соловьев С.П. Лабораторные исследования электрических сигналов при распространении акустических волн в горных породах с низкой пористостью // Сборник научных трудов ИДГ РАН. 2010. С. 106–114.
- Веттегрень В.И., Куксенко В.С., Щербаков И.П. Динамика фактолюминесценции, электромагнитной и акустической эмиссии при ударе по поверхности мрамора // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 1. С. 144–147.
- Гончаров А.И., Соловьев А.П. Ударная электрическая поляризация материалов // ФГВ. 2004. Т. 40. № 6. С. 52–57.
- Гохберг М.Б. Гуфельд И.Л., Маренко В.Ф. и др. Исследования возмущений естественных и искусственных электромагнитных полей источниками сейсмического происхождения // Физика Земли. 1987. № 2. С. 17–24.
- Гохберг М. Б., Похотелов О.А., Моргунов В.А. Сейсмоэлектромагнитные явления // М.: Наука, 1988. С. 55–58.
- Кондауров В.И., Петров И.Б., Холодов А.С. Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую преграду // ПМТФ. 1984. № 4. С. 132–139.
- Косарев И.Б., Соловьев С.П. Физические модели генерации электромагнитных сигналов при деформации и разрушении горных пород с низкой пористостью // Динамические процессы в геосферах. Сб. научн. Трудов ИДГ РАН. М.: ГЕОС, 2011. С. 165–176.
- Ландау А.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1969.
- Манжосов В.К. Продольный удар // Ульяновск: 2007. 358 с.
- Яворович Л.В., Гольд Р.М., Ласуков В.В. Исследование амплитуды электромагнитного сигнала при ударном воздействии на образцы горных пород с различной пористостью // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. СО РАН. 1999. № 6. С. 33–39.
- Chmel A., Shcherbakov I. Acoustic, electromagnetic and photon emission from dynamically fracturing granite // Pure and Applied Geophysics. 2012. P. 27. doi 10.1007/s00024-012-0470z
- Hadjicontis V., Mavromatou C. Transient electric signals prior to rock failure under uniaxial compression // Geophys. Res. Lett. 1994 V. 21. P. 1687–1690.
- Miklowitz J. The propagation of compressional waves in a dispersive elastic rod. Part I – Results from the theory // J. Applied Mechanics. 1957. P. 231–239.
- Read J. Energy losses due to elastic wave propagation during elastic impact // J. Phys. D. 1985. V. 18. P. 2329–2337.
- Skalak R. Longitudinal impact of a semi-infinite circular elastic bar // ASME Jour. Appl. Mechanics. 1957. V. 24. P. 59–64.
- Slifkin L. Seismic electric signals from displacement of charged dislocations // Tectonophysics. 1993. V. 224. P. 149–152.
- Stavarakas I., Anastasiadis C., Triantis D., Vallianatos F. Piezo stimulated currents in marble samples: precursory and concurrent-with-failure signals // Natural Hazards and Earth System Sciences. 2003. V. 3. P. 243–247.
- Stavarakas I., Triantis D., Agioutantis Z. et al. Electric and electromagnetic signals emitted from rocks under stress up fracture. Experimental results // WSEAS International Conference on GEOLOGY and SEISMOLOGY. 2008. P. 77–83.
- Vallianatos F., Tzanis A. Electric current generation associated with the deformation rate of a solid: Preseismic and coseismic signals // Phys. Chem. Earth. 1998. V. 23. № 9–10. P. 933–938.
- Yoshida S., Uyeshima M., Nakatani M. Electric potential changes associated with slip failure of granite: Preseismic and coseismic signals // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. № B7. C. 14883–14897.