

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРЕРЫВИСТОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

А.М. Будков, А.А. Остапчук

Рассмотрено влияние параметров закона прерывистого скольжения («Rate and State») на характер изменения трения при изменении скорости движения и обусловленный этим процесс возникновения неустойчивости в «слайдер»-модели. При незначительном изменении фрикционного параметра ($b-a$) происходит резкий переход от прерывистого скольжения к стабильному. Показано, что наибольшее влияние на амплитуду скорости и периодичность динамических срывов играет именно фрикционный параметр, а влияние коэффициента трения μ_0 не существенно.

Введение

Литосфера состоит из тектонических плит, которые под действием конвективных потоков в верхней мантии медленно движутся друг относительно друга. На интервалах времени в миллионы лет эти движения определяют структуру земной поверхности, на малых временных отрезках – служат одной из причин тектонических землетрясений. В соответствии с современными представлениями, землетрясения, в подавляющем большинстве случаев, происходят не в результате зарождения и распространения новых трещин в земной коре, а в результате проскальзывания по уже существующим разломам.

Если в процессе скольжения наблюдается вариация фрикционного сопротивления, то может возникнуть динамическая неустойчивость в виде очень резкого проскальзывания со значительным сбросом напряжения. Этот процесс часто происходит повторно: нестабильность сменяется периодом покоя, на протяжении которого происходит накопление напряжений. Затем вновь происходит динамический срыв. Подобный вид фрикционного поведения называется регулярно-прерывистое скольжение.

Природа прерывистого скольжения заключена в зависимости силы трения от скорости движения и времени, в течение которого контакт находился в стационарном состоянии. Эксперименты показывают, что в случае, когда поверхности находятся в стационарном контакте, коэффициент трения покоя возрастает пропорционально логарифму времени [Rabinowich, 1958]. В условиях движения берегов контакта с постоянной скоростью, эксперименты демонстрируют зависимость коэффициента трения от скорости скольжения [Deiterich, 1978]. Детальное изучение изменения силы сопротивления сдвигу при резком изменении скорости показывает, что вначале сила трения резко возрастает, а затем постепенно снижается до величины коэффициента трения скольжения, соответствующего новой скорости движения. При этом, если кратковременное увеличение трения происходит почти сразу после приложения нагрузки, то стационарный эффект развивается на протяжении конечного смещения D_c [Marone, 1998].

Связать статистические и динамические наблюдения позволил закон трения Дитериха (так называемый «Rate and State» – закон прерывистого скольжения). В настоящей работе детально рассмотрено влияние параметров «Rate and State» закона на характер изменения коэффициента трения при изменении скорости движения и обусловленный этими изменениями процесс возникновения неустойчивости в «слайдер»-модели (рис. 2).

Основные свойства закона трения Дитериха

Экспериментальные исследования Дж. Дитериха [Deiterich, 1979], подытоженные Э. Руиной [Ruina, 1983] в концепции трения, зависящего от скорости и от состояния контакта, показали, что между этими эффектами имеется тесная взаимосвязь. В соответствии с законом Дитериха коэффициент трения задается в виде:

$$\mu = \mu_0 + a \ln \left(\frac{|\dot{x}|}{u^*} \right) + b \ln \left(\frac{u^* \theta}{D_c} \right), \quad (1)$$

где μ_0 – коэффициент трения, соответствующий стабильному скольжению со скоростью u^* ; a , b , D_c – эмпирические константы, θ – переменная состояния, $\dot{x}$ – скорость перемещения. θ определяется из кинетического уравнения:

$$\theta = 1 - \left(\frac{|\dot{x}| \theta}{D_c} \right). \quad (2)$$

В состоянии стабильного скольжения с некоторой скоростью $\dot{x} = u_0$ переменная состояния θ принимает значение $\theta = D_c/u_0$. Это значение в дальнейшем будем использовать в качестве начального условия при решении уравнения (2). В соответствии с законом Дитериха коэффициент трения зависит от скорости скольжения и при стабильном скольжении со скоростью u_0 равен:

$$\mu = \mu_0 + (a - b) \ln(u_0/u^*). \quad (3)$$

Можно видеть, что «критическим» для характера изменения фрикционного сопротивления является значение разности параметров $(a - b)$. При $a > b$ коэффициент трения при перемещениях больше критического остается больше исходного значения, то есть наблюдается скоростное упрочнение, а при $a < b$, коэффициент трения при перемещениях больше критического становится меньше исходного значения, то есть наблюдается скоростное разупрочнение. Понятно, что при $a > b$, то есть при

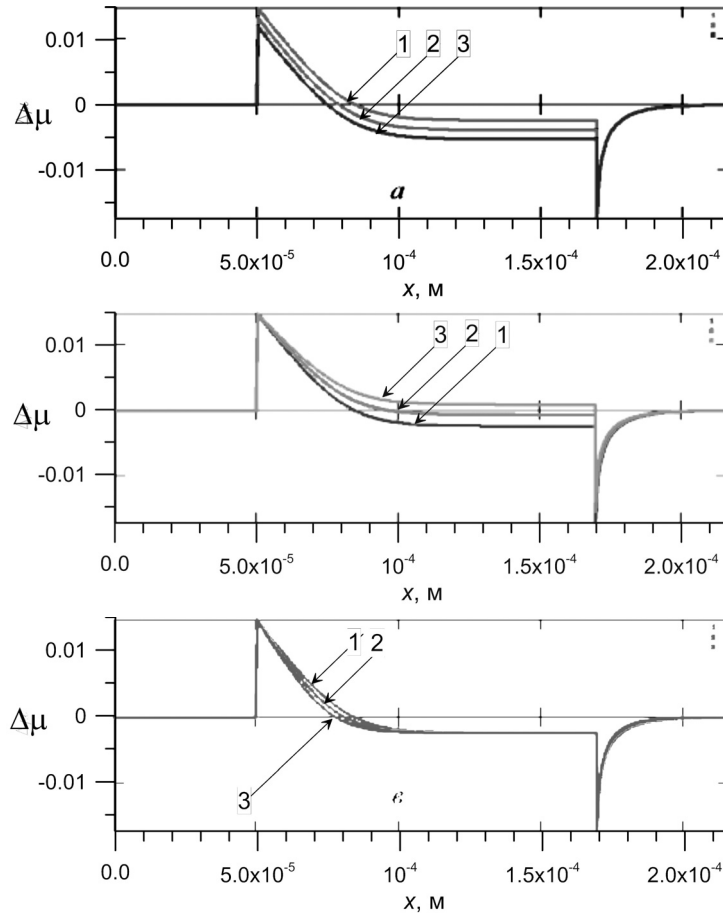


Рис. 1. Расчетная реакция контакта на скачкообразное изменение скорости скольжения блока при последовательном уменьшении на 20% (соответственно линия 1, 2 и 3) параметров a , b и D_c . а – изменение параметра a ; б – изменение параметра b ; в – изменение параметра D_c .

скоростном упрочнении, система будет оставаться стабильной. Условие $a < b$, то есть скоростное разупрочнение, обеспечивает условия для возникновения прерывистого скольжения. Зависимость приращения коэффициента трения $\Delta\mu = \mu - \mu_0$ от смещения при скачкообразном изменении скорости скольжения от величины u_0 до u_1 и обратно в случае выполнения условия $a < b$ иллюстрирует рис. 1. Изменения скорости происходят в моменты достижения смещений $5,0 \cdot 10^{-5}$ м и $1,7 \cdot 10^{-4}$ м. Для каждого из параметров модели a , b , D_c проведено по три расчета изменения коэффициента трения с последовательным уменьшением значения параметра на 20%. В расчетах использовались следующие начальные значения констант модели: $\mu_0 = 0,4$, $a = 0,004$, $b = 0,005$, $D_c = 10$ мкм.

Как следует из приведенных данных, а также из анализа уравнения (2), параметр a определяет величину скачка коэффициента трения в момент резкого изменения скорости скольжения: $\Delta\mu \sim a$. Параметр b определяет степень «разупрочнения» контакта в фазе релаксации. Параметр D_c влияет на динамику процесса «разупрочнения» и характеризуется как критическое смещение, при котором коэффициент трения переходит к новому значению.

«Слайдер»-модель

Более подробно рассмотрим, как изменение параметров «Rate and State»-модели может повлиять на развитие численно моделируемого процесса трибологической неустойчивости в «слайдер»-модели (рис. 2).

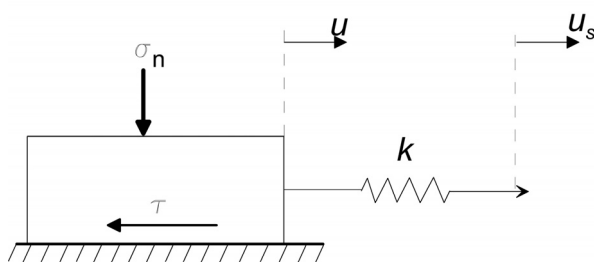


Рис. 2. «Слайдер»-модель

Для ответа на этот вопрос численно решалось уравнение:

$$m\ddot{x} = k(u_s t - x) - \tau, \quad (4)$$

где m – масса блока, k – жесткость пружины, u_s – скорость протяжки пружины, τ – сила трения: $\tau = \mu\sigma_n$. Коэффициент трения μ задается в соответствии с уравнением (1). В расчетах использовались следующие параметры «слайдер»-модели: $m = 1$ кг, $k = 40\,000$ Н/м, $\sigma_n = 500$ Н. Скорость протяжки пружины $u_s = 200$ мкм/с. Варьировались все параметры «Rate and State»-модели: a , b , D_c , μ_0 . Для каждого параметра проведено по три расчета с последовательным уменьшением значения параметра на 10%. Полученные в расчетах временные эпюры скорости скольжения блока сопоставлены на рис. 3.

Наименее заметное влияние на параметры движения блока оказывает изменение параметра μ_0 . Графики на рис. 3,г отражают достаточно очевидный вывод, что уменьшение коэффициента трения на стадии медленного крипа ведет к более раннему динамическому срыву и наоборот. Согласно результатам расчетов на амплитуду скорости и интервал времени между динамическими срывами параметр μ_0 не влияет.

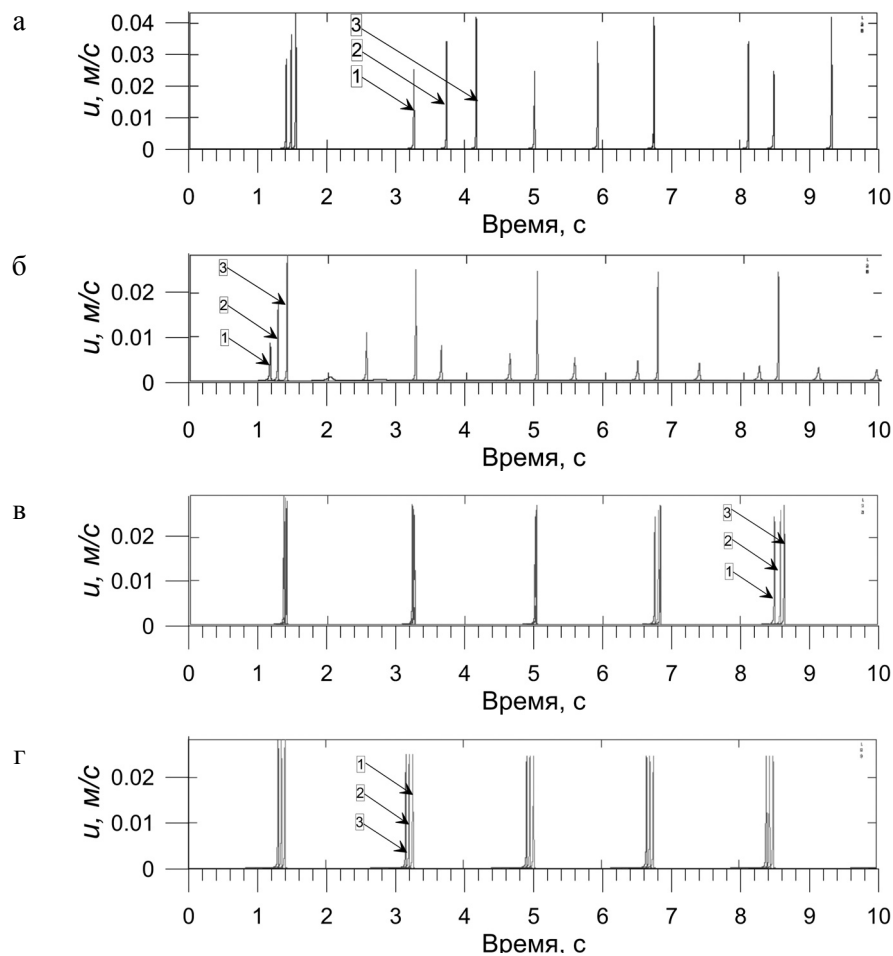


Рис. 3. Эпюры скорости скольжения блока при изменении параметров. Начальные значения параметров: $a = 4 \cdot 10^{-3}$, $b = 5,3 \cdot 10^{-3}$, $D_c = 10^{-5}$ м, $\mu = 0,4$.
а – последовательное уменьшения на 10% (соответственно линии 1, 2 и 3) параметра a ; б – последовательное уменьшения на 10% (соответственно линии 1, 2 и 3) параметра b ; в – последовательное уменьшения на 10% (соответственно линии 1, 2 и 3) параметра D_c ; г – последовательное уменьшения на 10% (соответственно линии 1, 2 и 3) параметра μ_0

Изменение параметров a и b оказывает наибольшее влияние на характеристики движения блока в «слайдер»-модели. При этом решающее значение имеет не только знак, но и величина разности $\Delta = b - a$. Так, в серии расчетов, результаты которых представлены на рис. 3,а, уменьшение параметра a приводит к увеличению Δ . Следствием является существенный рост амплитуды скорости при динамических срывах. Соответственно (в силу постоянства скорости протяжки пружины, то есть средней скорости движения блока), увеличиваются интервалы времени между последовательными срывами. Необходимо отметить, что совершенно такой же эффект дает увеличение в тех же пределах параметра b . Напротив, уменьшение параметра b (рис. 3,б) приводит к уменьшению Δ . При этом наблюдается противоположный эффект: амплитуда срывов уменьшается, они становятся чаще. Скорость движения блока в фазе медленного крива увеличивается и постепенно происходит переход

от прерывистого к стабильному скольжению. На рис. 4 показаны области стабильного и прерывистого скольжений в плоскости параметров a и b .

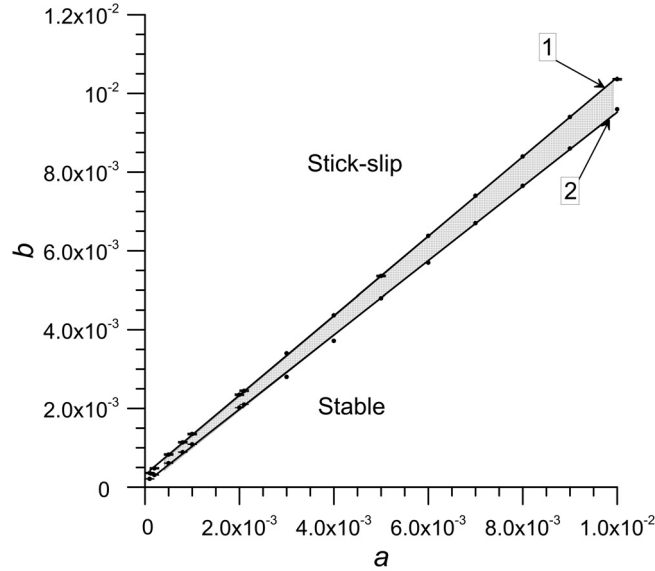


Рис. 4. Изменение режима скольжения «слайдер» – модели. Критическое смещение $D_c = 4$ мкм. Область между линиями 1 и 2 соответствует переходу от прерывистого скольжения к стабильному. Линия 1 задается уравнением: $b = 1,009a + 32,1 \cdot 10^{-5}$; линия 2: $b = 0,943a + 9,7 \cdot 10^{-5}$

Таким образом, даже при положительных значениях разности $\Delta = b - a$ процесс прерывистого скольжения может постепенно затухать и переходить в стабильное скольжение. Причем, минимальная величина Δ ($\Delta_{кр}$), обеспечивающая регулярное прерывистое скольжение, зависит от силы прижима σ_n и стремится к нулю при $\sigma_n \rightarrow \infty$. Действительно, помимо наличия эффекта динамического «разупрочнения» контакта, необходимым условием устойчивого прерывистого скольжения является достаточно большая сдвиговая жесткость контакта в фазе разгрузки, превышающая жесткость нагружающей системы, или в данном случае [Scholz, 2002]:

$$\sigma_n |d\mu/dx| > k. \quad (5)$$

Условие (5) отвечает за «эффективность» работы нагружающей системы на этапе динамического срыва. Уменьшение Δ приводит к уменьшению жесткости контакта в фазе разгрузки, которое, в соответствии с (5), может быть скомпенсировано увеличением силы прижима σ_n .

Также критическое значение $\Delta_{кр}$ зависит от параметра D_c , который связан с возможностью возникновения условно стабильного скольжения. При малых положительных значениях Δ , изменение параметра D_c может привести к появлению условно стабильного скольжения, связанного с бифуркацией Хопфа, при этом критические значения параметров в точке бифуркации задается соотношением [Scholz, 1998]:

$$\sigma \cdot \Delta_{кр} = D_c \cdot k, \quad (6)$$

Влияние параметра D_c на изменение режима скольжения представлено на рис. 5. Область выше линии, соответствующая определенному параметру D_c , характеризу-

ется как область прерывистого скольжения, ниже линии – область условно стабильного и стабильного скольжения. При этом наиболее существенно влияние параметра D_c проявляется в области малых значений параметров a , b ($a, b < 10^{-3}$), и согласно соотношению (6) с ростом D_c происходит увеличение критического значения $\Delta_{кр}$.

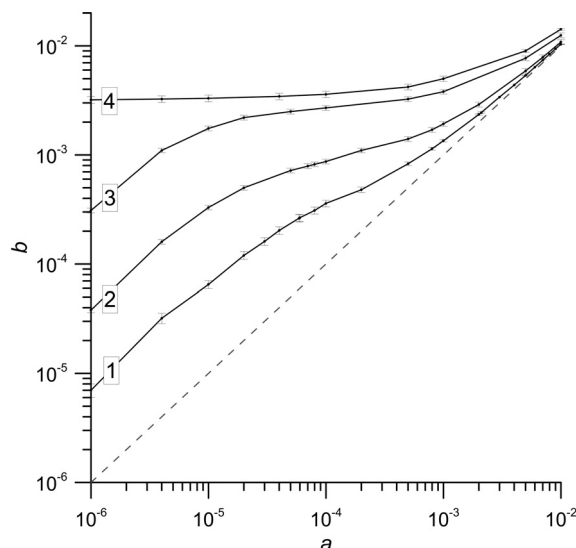


Рис. 5. Влияние параметра D_c на реализацию режима прерывистого скольжения. Линиями показано критическое соотношение между параметрами a и b , при котором реализуется режим прерывистого скольжения. Область выше линии – область прерывистого скольжения, ниже линии – стабильного скольжения.

Линия 1 соответствует $D_c = 4$ мкм, линия 2 – 10 мкм, линия 3 – 30 мкм, линия 4 – 40 мкм. Пунктирная линия соответствует $a = b$

Однако в области прерывистого скольжения параметр D_c не оказывает столь значительного влияния на амплитуду скорости (рис. 3,в). В соответствии с данными рис. 1 уменьшение параметра D_c ускоряет процесс «разупрочнения», что приводит к некоторому увеличению амплитуды скорости скольжения блока при динамических срывах (рис. 3,в). Заметим, что эффект, связанный с изменением параметра D_c , гораздо слабее эффекта, связанного с изменением фрикционного параметра Δ .

Заключение

Проведенные численные эксперименты показали, что при незначительном изменении фрикционного параметра стабильное скольжение может смениться динамической неустойчивостью. Важно подчеркнуть, что определяющую роль на величину скорости срыва играет именно изменение параметров a и b , влияние нормальной нагрузки и параметра D_c второстепенно. Коэффициент трения μ_0 влияет только на время наступления динамической неустойчивости и не влияет на максимальную скорость срыва.

Установлено, что при изменении скорости скольжения параметр a определяет величину скачка коэффициента трения в момент резкого изменения скорости скольжения: $\Delta\mu \sim a$, параметр b определяет степень «разупрочнения» контакта в фазе

релаксации. Параметр D_c влияет на динамику процесса «разупрочнения», и характеризуется как критическое смещение, при котором коэффициент трения переходит к новому значению.

Эффект перехода от прерывистого скольжения к стабильному можно наглядно объяснить следующим образом. При уменьшении разности $\Delta = b - a$ временной интервал между последовательными динамическими срывами уменьшается. Критическим является значение $\Delta_{кр}$, при котором пики скорости начинают частично перекрываться. Это как раз и означает, что скорость движения блока в фазе медленного крипа увеличивается. Вследствие этого с каждым срывом уменьшается разность между скоростью протяжки пружины и скоростью движения блока в фазе медленного крипа, то есть уменьшается амплитуда срывов. Скорость скольжения блока постепенно выходит на скорость протяжки пружины и колебательный процесс прекращается. При этом критические значения фрикционного параметра $\Delta_{кр}$ определяется внешними параметрами, и критическим смещением D_c .

Литература

- Dieterich J.H.* Time dependent friction and the mechanics of stick slip // *Pure Appl. Geophys.* 1978. Vol. 116. P. 790–806.
- Dieterich J.H.* Modeling of rock friction. 1. Experimental results and constitutive equations // *J. Geophys. Res.* 1979. Vol. 84. № B5. P. 2161–2168.
- Marone C.* Laboratory derived friction laws and their application to seismic faulting // *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.* 1998. V. 26. P. 643–696.
- Rabinowicz E.* The intrinsic variables affecting the stick-slip process // *Proc. Phys. Soc. London.* 1958. Vol. 71. P. 668–675.
- Ruina A.* Slip instability and state variable friction laws // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. № 6. P. 1172–1175.
- Scholz C.H.* Earthquakes and friction laws // *Nature.* 1998. Vol. 391. P. 37–42 doi:10.1038/34097.
- Scholz C.H.* The mechanics of Earthquake and Faulting // Cambridge University Press. Cambridge. 2002. 496 p.