

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЕЛИЧИНЫ КРИТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В МОДЕЛИ RATE-AND-STATE НА СКОЛЬЖЕНИЕ РАЗЛОМА

А.М. Камай, С.Б. Турунтаев

Рассматривается движение по разлому с трением, описываемым двухпараметрическим законом rate-and-state. Предполагается, что техногенное воздействие приводит к уменьшению эффективной прочности разлома (например, за счет увеличения порового давления при закачке жидкости). Показано качественное изменение характера прерывистого скольжения при изменении критической величины сдвигового напряжения. Анализ решений системы уравнений проводится с использованием метода Грассбергера-Проккачиа. Получено, что при изменении критических напряжений от 5 до 30 МПа корреляционная размерность растет линейно; при более высоких значениях критических напряжений наблюдается тенденция к насыщению зависимости корреляционной размерности от критических напряжений.

Введение

Землетрясения, индуцированные разработкой месторождений углеводородов, закачкой жидких отходов производства, интенсификацией геотермальных источников энергии, непосредственно связаны с проникновением жидкости и/или с ростом порового давления в породах. Так как модули прочности пород на сжатие существенно превосходят модули прочности на растяжение (примерно на порядок величины), следует ожидать, что при закачке жидкости под высоким давлением могут образоваться либо трещины отрыва (как это происходит при проведении гидравлического разрыва пласта (ГРП)), либо будут происходить сдвиговые подвижки по существующим трещинам и разломам. Достижение поровым давлением жидкости некоторой критической величины, значение которой зависит от вели-

чин главных сжимающих напряжений и ориентации естественной трещиноватости, принимается за условие инициирования сейсмогенерирующей подвижки. Наиболее естественно предположить, что значение критического давления определяется критерием Кулона-Мора.

Если в уравнении Кулона-Мора коэффициент трения принять постоянным, то после достижения критического значения порового давления произойдет динамический срыв и начнется движение, которое в дальнейшем будет асейсмичным. Для объяснения возникновения сейсмических событий необходимо учесть снижение коэффициента трения μ при начале движения по разлому. [Bruehl, 2007] использовал в своей модели предположение о постоянстве μ , но предположил, что при достижении критических значений сцепление становится равным нулю. [Baisch et al., 2010] предположили мгновенный сброс напряжений в элементе породы, в котором началось скольжение. [McClure and Horne, 2010] предположили мгновенное уменьшение коэффициента трения, который затем постепенно восстанавливал свое значение. Все эти модели являются частными случаями модели землетрясений, описанной в [Ben-Zion and Rice, 1993].

В отличие от моделей с дискретным изменением параметров уравнения Кулона-Мора, которые описывают только сейсмогенную компоненту движения по разломам, модель rate-and-state предполагает зависимость коэффициента трения от скорости перемещения берегов разломов и может использоваться для описания как несейсмичной, так и сейсмичной фаз скольжения. Эта модель основывается на лабораторных экспериментах и успешно применяется для описания ряда явлений, связанных с развитием сейсмических процессов [Dieterich, 2007; Segall, 2010; Будков, Кочарян, 2014]. Различные варианты использования уравнения rate-and-state приведены в [Baisch et al., 2010, Ghassemi et al., 2007, Bruehl, 2007, Hobbs, 1990]. Наибольшей популярностью пользуется однопараметрический вариант уравнения rate-and-state

$$\mu = \mu_0 - a \ln\left(\frac{v^*}{|v|}\right) + b \ln\left(\frac{v^* \theta}{D_c}\right)$$

где μ , μ_0 – коэффициенты трения движения и покоя, v – скорость скольжения; параметры a и b положительны и имеют порядок величины от 10^{-2} до 10^{-3} м, параметр D_c имеет порядок от 10 микрон в лабораторных условиях, его значение для реальных разломов не выяснено; типичные значения v^* составляют порядка 0,2 м/с, θ – переменная состояния, значение которой характеризует состояние скользящих поверхностей и эволюция которой во времени определяется уравнением:

$$\dot{\theta} = 1 - \left(\frac{|v|\theta}{D_c}\right)$$

Альтернативой однопараметрическому варианту уравнения rate-and-state является двухпараметрическое, рассматриваемое, например, в [Hobbs, 1990, Турунтаев и др., 2011, Olsen-Kettle et al., 2008]:

$$\tau = \tau^* + A \ln\left(\frac{v^*}{|v|}\right) + \theta_1 + \theta_2 \quad (1)$$

$$\tau^* = \tau_0 + \mu(\sigma_n - p) \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_i = -\frac{v}{L_i} (\theta_i + B_i \ln(v/v^*)) \quad (3)$$

здесь L_i – характерные размеры шероховатостей скользящих поверхностей, $i = \overline{1, 2}$, значения параметров v^* , A , B_i , L_i приведены в работе [Gu et al., 1984] и являются экспериментальными данными, τ^* – критическое напряжение, которое может изменяться посредством внешнего воздействия (например, за счет изменения порового давления p).

В настоящей работе рассматривается модель rate-and-state с двухпараметрическим законом трения и предполагается, что техногенное воздействие той или иной природы приводит к уменьшению критического напряжения сдвига (например, за счет увеличения порового давления при закачке жидкости). Анализ решений системы уравнений проводится с использованием метода Грассбергера-Проккаччия [Grassberger, Procaccia, 1983].

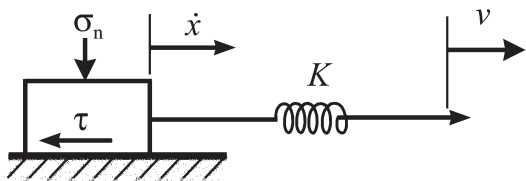
Модель и метод расчета

Широко используемая модель движения бортов разлома под действием тектонических сил представляет собой блок, который перемещается по неподвижному основанию (рис. 1). Уравнение движения блока под действием упругих сил и трения имеет вид:

$$m\ddot{x} = K(v_0 t - x) - \tau s \quad (4)$$

где K – жесткость, v_0 – скорость движения на бесконечности, τ – касательное напряжение, возникающее вследствие трения. В настоящей работе рассматривается двухпараметрический закон трения в виде (1)–(3).

Рис. 1. Схема модели rate-and-state



Движение по разлому с законом трения (1)–(3) носит прерывистый характер, медленное движение типа крипа сменяется быстрыми подвижками по разлому. Из формулы (2) видно, что увеличение порового давления приведет к уменьшению критического напряжения.

Конечно-разностная схема для численного решения уравнения (4) имеет вид:

$$\frac{x_{i+1} - 2 \cdot x_i + x_{i-1}}{h^2} = \frac{K}{m} \cdot \left(\frac{x_i - x_{i-1}}{h} \cdot (ih) - x_i \right) - \frac{\tau_i}{s} \quad (5)$$

начальные условия: $x(0) = 0$, $v(0) = 0$. Значения постоянных параметров расчета K , m , s брались из работы [Hobbs, 1990].

Для решения уравнения использовался метод прямой и обратной прогонки со следующими значениями предварительных коэффициентов:

$$\begin{aligned} A &= \alpha(y_{i-1,j}, y_{i,j}) \cdot \frac{h}{h_x^2} \\ B &= \alpha(y_{i,j}, y_{i+1,j}) \cdot \frac{h}{h_x^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$C = (\alpha(y_{i-1,j}, y_{i,j}) + \alpha(y_{i,j}, y_{i+1,j})) \cdot \frac{h}{h_x^2} + 1$$

$$F = y_{i,j},$$

которые входят в расчет значения основных коэффициентов α_i , β_i итоговых формул:

$$\alpha_i = \frac{B}{C - A \cdot \alpha_{i-1}}$$

$$\beta_i = \frac{A \cdot \beta_{i-1} + F}{C - A \cdot \alpha_{i-1}} \quad (7)$$

$$y_{i,j} = \alpha_i \cdot y_{i+1,j+1} + \beta_i$$

Значения шага временной h и пространственной h_x сетки и поправочных коэффициентов аппроксимации, входящих в формулы (5)–(7), равны:

$$h_x = 0.01$$

$$h = 0.01$$

$$\delta = 0.01 \quad (8)$$

$$\alpha = 0.5 \cdot \gamma \cdot \delta^2 \cdot y_{i-1,j}^{\gamma-1} + y_{i,j}^{\gamma-1}$$

Выбранные значения коэффициентов метода прогонки соответствуют погрешности аппроксимации на уровне $O(h, h_x^2)$, что является удовлетворительной точностью для поставленной задачи.

Полученные результаты

Моделирование различных режимов движения блока и исследование поведения системы в целом проводилось в диапазоне изменения критических напряжений τ^* от 5 до 50 МПа с шагом в 5 МПа. Для каждого из режимов были построены временные ряды значений смещения блока, скорости его смещения и изменения касательного напряжения на всем временном промежутке моделирования. Для построенного таким образом временного ряда изменений напряжения применялся алгоритм оценки корреляционной размерности, основанный на вычислении корреляционного интеграла методом Грассбергера и Прокаччия [Grassberger, Procaccia, 1983].

Результаты численного решения для различных τ^* показаны на рис. 2 в виде зависимости от времени касательных напряжений и смещений блока относительно движущейся с постоянной скоростью v_0 точки на бесконечности. На рис. 3 изображены фазовые траектории в координатах τ - v - x . В результате проведенных расчетов получено, что при увеличении критических значений напряжений поведение системы существенно изменяется. Происходит изменение характера колебаний, что проявляется сначала в появлении дополнительной частоты колебаний, а затем в переходе к квазихаотическому режиму (рис. 3). Оценка размерностей получаемых аттракторов методом Грассбергера-Прокаччия показывает, что при увеличении значений критических напряжений происходит увеличение корреляционной размерности этих аттракторов, сначала линейное, а затем выходящее на насыщение (рис. 4).

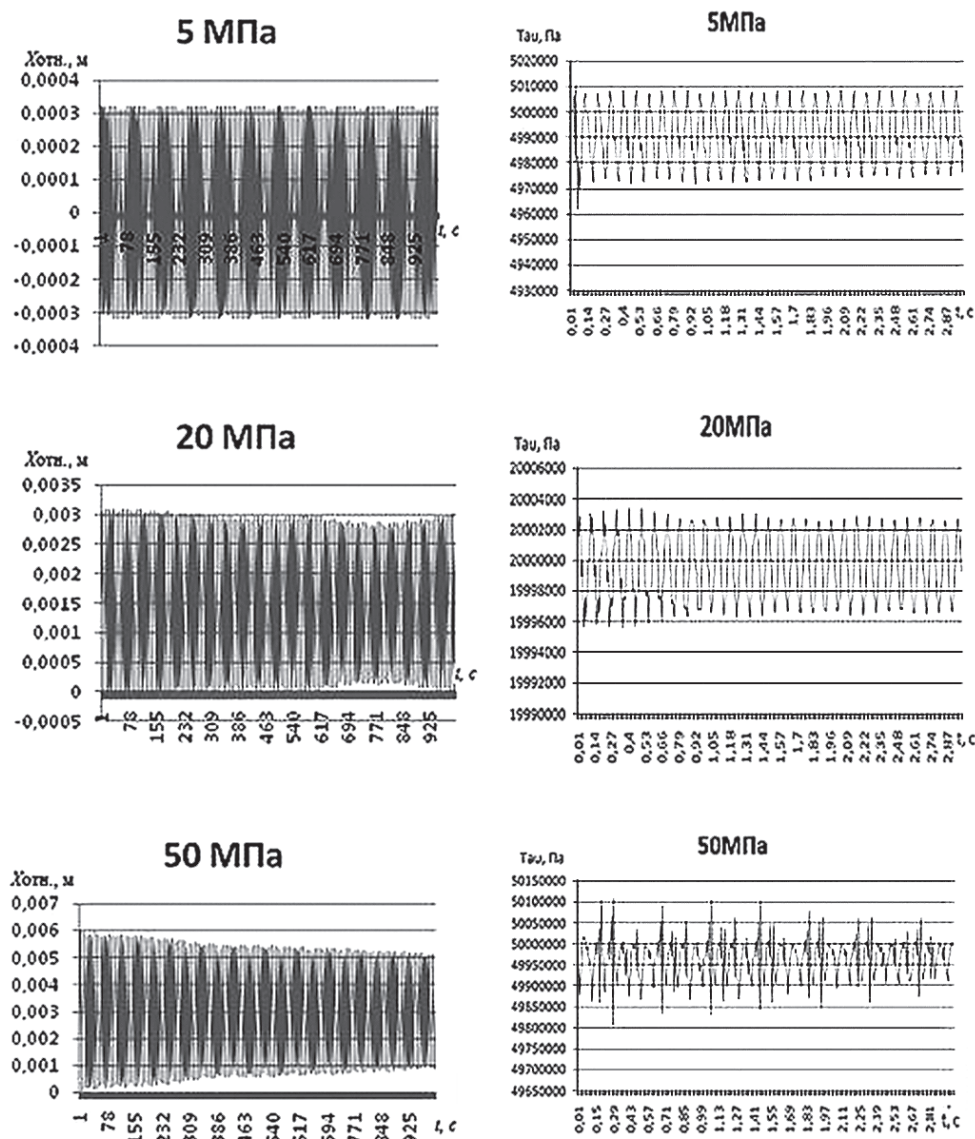


Рис. 2. Расчетная зависимость относительного смещения бортов разлома и касательных напряжений на разломе от времени в модели gate-and-state при двухпараметрическом законе трения для разных значений критических касательных напряжений

Исследовалось также поведение решений уравнений (1)–(4) при увеличении жесткости K и скорости v_0 . На рис. 5 представлено изменение вариаций сдвигового напряжения при $\tau^* = 5$ МПа в результате увеличения в 10 раз жесткости упругой связи K (рис. 5, а) и скорости движения на бесконечности v_0 (рис. 5, б). Сопоставление с рис. 2 показывает, что при увеличении жесткости возрастает амплитуда колебаний напряжений (с 40 до 70 кПа), примерно в 4 раза увеличивается частота и

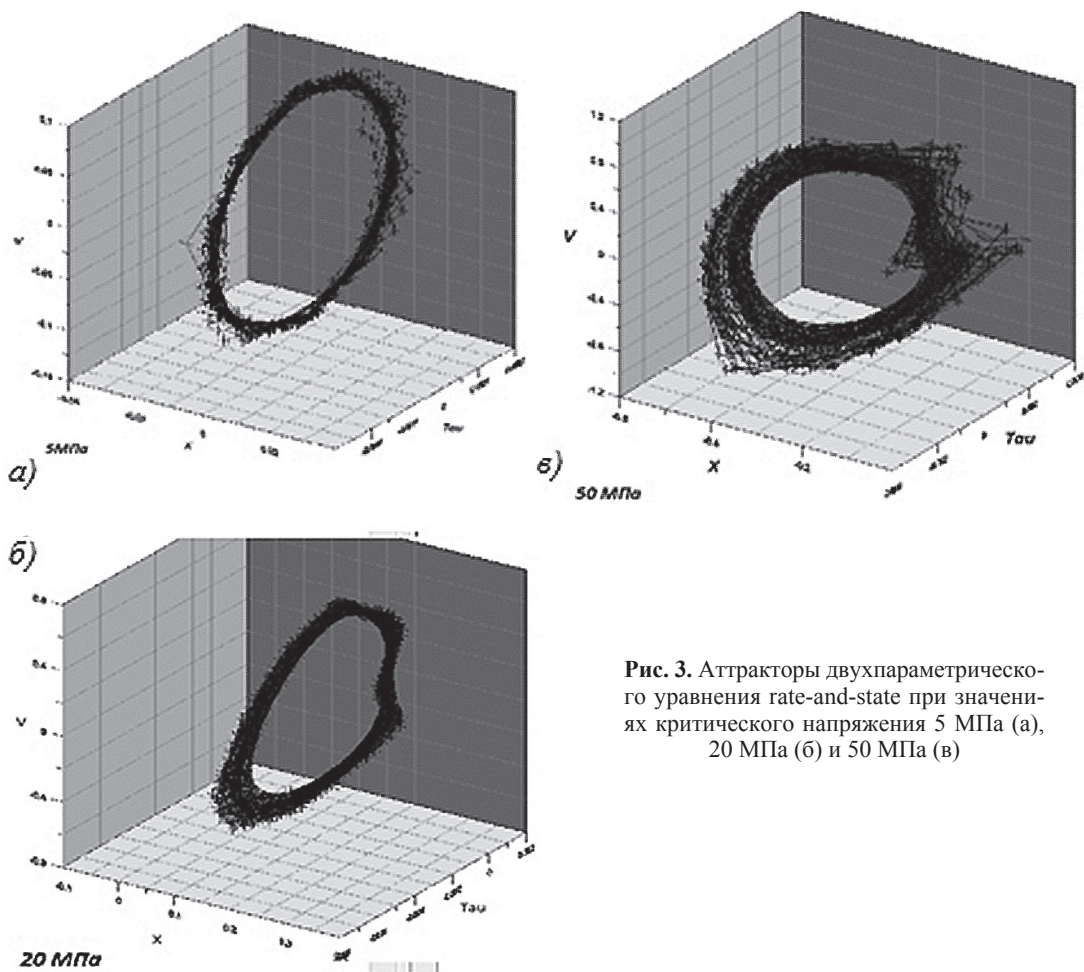


Рис. 3. Аттракторы двухпараметрического уравнения rate-and-state при значениях критического напряжения 5 МПа (а), 20 МПа (б) и 50 МПа (в)

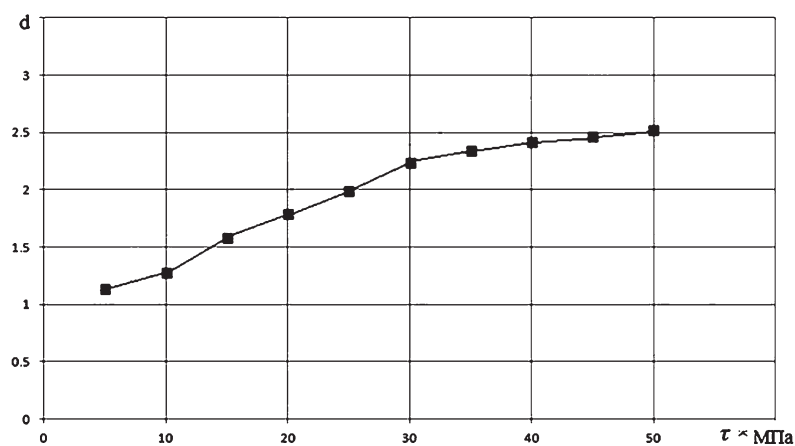


Рис. 4. Зависимость корреляционной размерности от значений критического напряжения

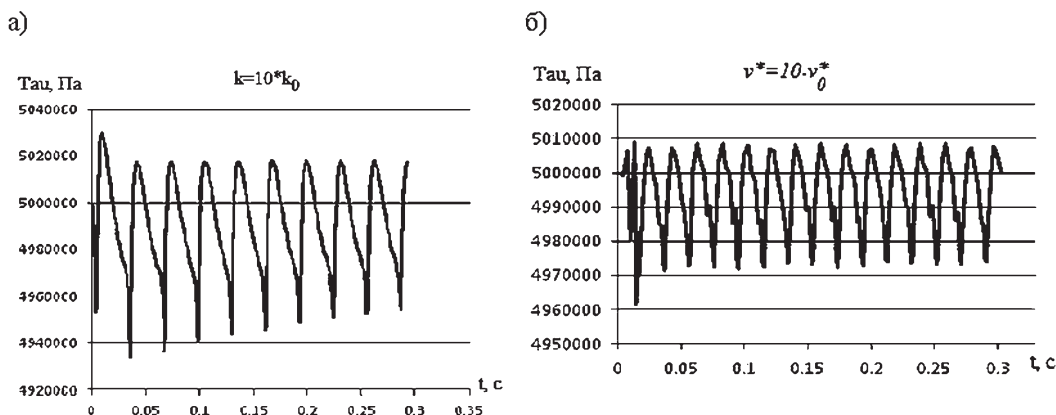


Рис. 5. Влияние жесткости системы (а) и скорости на бесконечности (б) на вариации сдвигового напряжения для $\tau^* = 5 \text{ МПа}$

меняется форма колебаний. Увеличение скорости движения на бесконечности изменило только частоту колебаний (приблизительно в три раза), при этом амплитуда и характер колебаний остались практически неизменными.

Заключение

Численный анализ уравнения движения типа rate-and-state с двухпараметрическим законом трения показал качественное изменение характера прерывистого скольжения при изменении критической величины сдвигового напряжения, которое может происходить при закачке жидкости. Оценка корреляционной размерности и размерности пространства вложения методом Грасбергера-Прокачия для результатов численного решения уравнения rate-and-state с двухпараметрическим законом трения показала, что обе эти величины имеют небольшие значения и при изменении критического напряжения от 5 до 50 МПа изменяются от 1.1 до 2.5 и от 3 до 5, соответственно. В этом случае следует ожидать, что поведение рассматриваемой системы будет определяться 3–5 независимыми переменными.

При изменении критических напряжений от 5 до 30 МПа корреляционная размерность растет линейно; при более высоких значениях критических напряжений наблюдается тенденция к насыщению зависимости корреляционной размерности от критических напряжений. Возможность определения конечных значений корреляционной размерности свидетельствует о наличии устойчивых состояний рассматриваемой системы.

Наличие устойчивых состояний в модельном решении позволяет ставить задачу прогноза развития техногенной сейсмической активности и разработки технологий направленного воздействия на сейсмический режим. Целью дальнейшего исследования является определение минимального значения воздействия, которое может изменить состояние системы (например, перевести из состояния периодического повторения срывов в хаотическое состояние), описываемой уравнением rate-and-state.

Литература

Baisch, S., R. Vörös, E. Rothert, H. Stang, R. Jung, and R. Schellschmidt. A numerical model for fluid injection induced seismicity at Soultz-sous-Forêts // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2010. 47(3), 405-413, doi:10.1016/j.ijrmms.2009.10.001.

Ben-Zion, Y., and J.R. Rice. Earthquake failure sequences along a cellular fault zone in a three-dimensional elastic solid containing asperity and nonasperity regions // *Journal of Geophysical Research*, 1993. 98(B8), 14109-14131, doi:10.1029/93JB01096.

Bruel, D. Using the migration of the induced seismicity as a constraint for fractured Hot Dry Rock reservoir modeling // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2007. 44(8), 1106-1117, doi:10.1016/j.ijrmms.2007.07.001.

Dieterich, J.H. Applications of rate- and state-dependent friction to models of fault slip and earthquake occurrence in *Treatise on Geophysics*, edited by S. Gerald. 2007. pp. 107-129, Elsevier, Amsterdam.

Ghassemi, A., S. Tarasovs, and A.H.D. Cheng. A 3-D study of the effects of thermo-mechanical loads on fracture slip in enhanced geothermal reservoirs // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2007. 44(8), 1132-1148, doi:10.1016/j.ijrmms.2007.07.016.

Grassberger P., Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors // *Physics North-Holland Publishing Company*. 1983. V. 9D. P. 189–208.

Gu J.*C., Rice J.R., Ruina A.L., Tse S.T. Slip motion and instability of a single degree of freedom elastic system with rate-and-state dependent friction // *J. Mech. Phys. Solids*. 1984. V. 32. P. 167–196.

Hobbs B.E. Chaotic behaviour of frictional shear instabilities. Rockbursts and Seismicity in Mines / Fairhurst (ed.). 1990. Balkema, Rotterdam. P. 87–91.

McClure, M. W., and R. N. Horne. Numerical and analytical modeling of the mechanisms of induced seismicity during fluid injection, 2010 // *Geothermal Resources Council Transactions*, 34, 381-396.

Olsen-Kettle L.M., Weatherley D., Saez E., Gross L., Mu hlhaus H.-B., and Xing H.L. Analysis of slip-weakening frictional laws with static restrengthening and their implications on the scaling, asymmetry, and mode of dynamic rupture on homogeneous and bi-material interfaces // *Journal of geophysical research*, 2008. V.113, B08307, doi:10.1029/2007JB005454.

Segall, P. Earthquake and Volcano Deformation // *Princeton University Press*, Princeton, N.J. 2010.

Будков А.М., Кочарян Г.Г. Численное моделирование сдвига трещины со сложной реологией. // Динамические процессы в геосферах: сборник научных трудов ИДГ РАН. Выпуск 6. 2014 (настоящий сборник).

Турунтаев С.Б., Ворохобина С.В., Мельчаева О.Ю. Выявление техногенных изменений сейсмического режима при помощи методов нелинейной динамики // *Физика Земли*, 2012, № 3, с. 52–65.