

## ГРАВИТАЦИОННОЕ ОСАЖДЕНИЕ ТВЕРДЫХ ФРАКЦИЙ СУСПЕНЗИИ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ СРЕДУ

*Г.В. Беляков, А.А. Таирова, Н.А. Барышников*

Используя разработанный нами оптический метод, который основан на поглощении твердым веществом (частицами суспензии) излучения от внешнего источника, экспериментально определяется профиль концентрации осаждаемых частиц вдоль потока суспензии, фильтрующейся через протяженный «прозрачный» фильтр. Расход суспензии измеряется с течением времени при постоянной разности давлений на входе и выходе из фильтра. С помощью методов механики сплошной среды строится уравнение неразрывности выделенного движущегося объема суспензии, в котором изменение массы частиц пропорционально концентрации суспензии в единице объема фильтра с изменяющейся пористостью. По измеренной концентрации осажденных частиц вдоль фильтра находится коэффициент пропорциональности для предложенной зависимости интенсивности осаждения частиц от концентрации суспензии.

### Введение

Для очистки суспензий чаще всего используют методы мембранно-ситовых технологий и глубокой фильтрации суспензий через протяженные пористые среды. Мембранно-ситовые технологии обычно применяются для очень тонкой очистки суспензий с размером взвешенных частиц  $a < 10^{-4}$  см. В этом случае частицы захватываются межмолекулярными Ван-дер-ваальсовскими силами, по величине превосходящими гравитационные, а удерживаются в потоке жидкости вязкими или Стоксовыми силами. Если мембраны – совокупность протяженных и параллельных друг другу трубок малого диаметра, то они могут свободно пропускать вдоль себя поток частиц настолько меньшего размера, насколько поток суспензии в трубках можно считать подчиняющимся течению Пуазейля. При этом возникают силы, действующие в сдвиговом потоке суспензии и направленные от поверхности стенок трубок перпендикулярно вектору скорости течения. На возможность появления таких сил, действующих на частицы, находящиеся в сдвиговом пуазейлевском потоке, по-видимому, впервые обратил внимание [Saffman, 1965]. Если размер частиц сравним с характерным внутренним диаметром трубок – пор, то течение между поверхностью частиц и стенками трубок можно приближенно считать симметричным и подчиняющимся уравнению Куэтта. Вязкие силы, действующие на поверхность частиц, будут тормозить твердые частицы, а межмолекулярные силы притягивать их к стенкам трубок, что вызывает засорение каналов и уменьшает производительность пористой структуры при проведении фильтрации.

В настоящей работе экспериментально изучается процесс и механизм осаждения частиц суспензии в результате ее глубокой фильтрации через протяженное пористое тело. Для исключения ситового эффекта, разделения частиц по размеру, концентрация и размер частиц выбраны такими, чтобы минимизировать вза-

и взаимодействие частиц между собой и осуществить их свободное прохождение через скелет фильтра.

### Постановка задачи

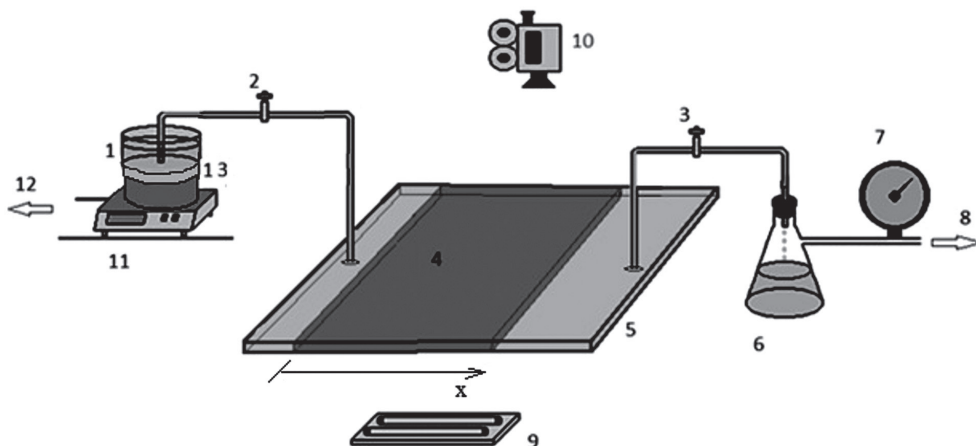
Рассматривается фильтрация водной суспензии малой концентрации. В экспериментах по схеме, представленной на рис. 1, в качестве пористой среды выбран лист поролона с начальной толщиной 0,5 см, плотностью  $\rho_{00} = 0,016$  г/см<sup>3</sup> и пористостью  $m_{00} = 0,986$  (рис. 2). Лист поролона шириной 24 см и длиной  $l = 15$  см размещался между двумя плоскостями полированных стёкол толщиной 1,5 см и сжимался струбцинами до конечной толщины 0,09 см. После сжатия объем поролона уменьшался примерно в 5,5 раз, а начальный размер пор и начальная пористость изменялись соответственно до величины  $d_0 \approx 0,06$  см и  $m_0 = 0,93$ .

Для того, чтобы, например, 10 частиц одновременно могли проходить в потоке суспензии через пору без взаимодействия между собой и поверхностью поры был выбран характерный размер взвешенных в воде частиц равный порядка  $a \approx 10^{-3}$  см. Отсюда следует, что безразмерная концентрация частиц  $\tilde{n}_0$  (доля твердой фазы в суспензии) равна

$$c_0 = \frac{\pi \cdot a^3}{6} \cdot n \approx 10^{-3},$$

где  $n = 10^6$  – среднее число частиц в см<sup>3</sup>.

Вязкость суспензии, по Эйнштейну  $\eta = \eta_0 \left( 1 + \frac{5}{2} c_0 \right)$ , мало отличается от вязкости воды (дисперсионной среды)  $\eta_0 = 0,01$  г/см·с. Частицами суспензии был выбран абразивный порошок карбида кремния КЗ-14 (муассанит), плотность которого  $\rho_p = 3,21$  г/см<sup>3</sup>, с размерами частиц, находящимися в диапазоне  $(0,7 \div 1,4) \cdot 10^{-3}$  см.



**Рис. 1.** Схема установки: 1 – емкость с суспензией, 2, 3 – трубки, 4 – лист поролона, 5 – пористый массив, 6 – буферная емкость, 7 – манометр, 8 – к вакуумному насосу, 9 – лампа подсветки, 10 – фотокамера, 11 – весы, 12 – к компьютеру, 13 – магнитная мешалка

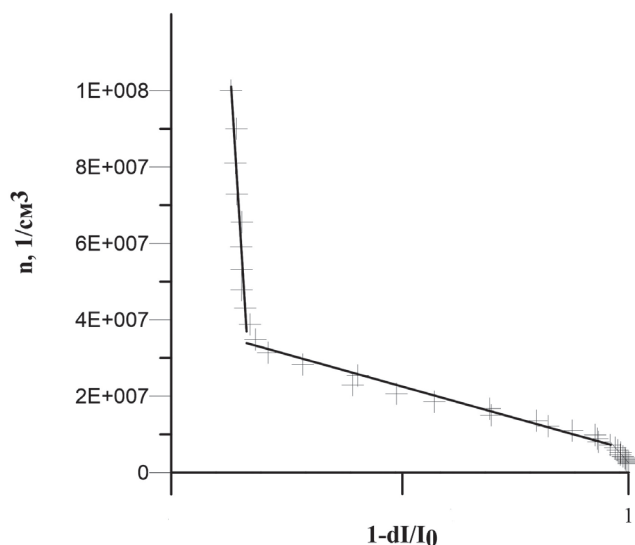


Рис. 2. Калибровочная кривая

Массовый расход суспензии  $Q$  через поролоновый фильтр площадью  $S = 24 \cdot 0,09 = 2,16 \text{ см}^2$  варьировался в пределах  $7 \div 1 \text{ г/с}$ , а средняя скорость потока суспензии внутри фильтра была равной  $u = \frac{Q(t)}{S \cdot \rho \cdot m_0} = (3,5 \div 0,5) \text{ см/с}$ . Поток суспензии вдоль фильтра определялся постоянным перепадом давления и меняющейся во времени проницаемостью, зависящей от концентрации осаждаемых на скелете фильтра частиц суспензии.

Оценочное время  $\tau_x$ , в течение которого «вмороженная» в поток частица прошла бы расстояние равное размеру поры  $d_0$ , равно

$$\tau_x = \frac{d_0}{u} \sim (0,017 \div 0,1) \text{ с},$$

а время, в течение которого частица проходила бы путь вдоль действия силы тяжести равной размеру поры, оценивалось по формуле:

$$\tau_y \approx \frac{d_0 \eta_0}{\frac{a^2}{18} g (\bar{\rho} - \rho)} \approx 4,5 \text{ с}.$$

Из сравнения времен  $\tau_x$  и  $\tau_y$  следует ожидать, что частицы при скоростях потока  $u \approx 3\text{--}4 \text{ см/с}$  большую часть времени своего пути вдоль фильтра ( $l = 15 \text{ см}$ ) движутся внутри порового пространства, а с уменьшением скорости потока до величины  $\sim 0,5 \text{ см/с}$ , движутся вдоль донных поверхностей пор.

### Измерение количества осевших частиц

Определение профиля количества осевших частиц вдоль фильтрационного потока базировалось на явлении поглощения света частицами карбида кремния [Зельдович, Райзер, 1963]. Источник света располагался на фиксированном расстоянии под плоскостью фильтра. Излучение потока света, прошедшего через фильтр, ре-

гистрировалось фотоаппаратом. Длина волны источника излучения света  $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-5}$  была много меньше размера частиц  $a \approx 10^{-3}$ . Предполагалось, что свет, падающий на частицу, полностью ею поглощался, то есть частица представляла собой, по сути, маленький непрозрачный шарик, с поглощающей свет поверхностью перпендикулярной направлению излучения. Приняв миделеву площадь каждого шарика равной  $\omega$ , а за  $n$  – число осевших и покоящихся в  $1 \text{ см}^3$  внутри фильтра шариков, найдем, что их суммарная площадь в слое толщиной  $dz$  и с площадью  $1 \text{ см}^2$  равна  $n \cdot \omega \cdot dz$ . Если выбрать толщину слоя фильтра настолько малой, чтобы «тени» от частиц не перекрывались, то доля «застрявшего» света  $dI$  при прохождении света через такой слой по отношению к его полному потоку  $I_0$  определится отношением

$$\frac{dI}{I_0} = -n_{\Sigma} \omega \cdot dz.$$

Здесь величина  $\mu = n_{\Sigma} \omega$  – коэффициент ослабления света на пути  $dz$ .

Для определения локальной концентрации оседающих при фильтрации частиц проведена серия предварительных градуировочных опытов. В щель толщиной 0,9 мм вводилась суспензия, представляющая собой однородную малоподвижную взвесь частиц в вязком прозрачном глицерине заданной концентрации. В каждом  $i$ -ом калибровочном опыте концентрация частиц в слое уменьшалась на 0,1, а затем по фотографиям слоя на просвет определялось количество поглощенного в нем света. Концентрация частиц в каждом  $i$ -ом опыте определялась по формуле  $n_i = n_0(1 - 0,1)^i$ . В экспериментах было принято  $n_0 = 10^8$ , а  $i = 0, 1, 2, \dots, 40$ .

При проведении калибровочных опытов и в экспериментах по определению концентрации осевших в фильтрующем слое частиц, фотосъемка велась в одинаковых условиях. По результатам измерений выявлена зависимость величины поглощенного света от количества частиц в единице объема суспензии, при различной концентрации частиц в дисперсионной среде (рис. 2). Отметим, что в диапазоне концентраций частиц от  $1 \cdot 10^6$  до  $4 \cdot 10^7 \text{ 1/см}^3$ , зависимость изменения поглощения света близка к линейной.

На рис. 3 приведена фотография фильтра с осевшими в нем частицами, сгруппированными в «ловушках» в виде отдельных зерен, расположенных друг от друга на расстояниях примерно равных размеру поры ( $\sim 1 \text{ мм}$ ). Зерна имеют разную просветность или прозрачность, которая увеличивается с длиной пробега суспензии вдоль фильтра, что означает уменьшение плотности осевших частиц в «ловушках» с увеличением расстояния от входа суспензии в фильтр.

**Рис. 3.** Пористая среда с осевшими в ней частицами



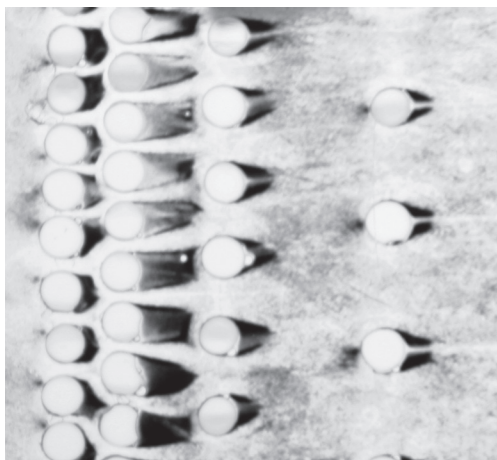
При повороте плоскости ячейки (рис. 1) на  $90^\circ$  (относительно плоскости стекол, между которыми зажат поролон) вокруг оси параллельной вектору потока суспензии, они станут параллельны силе тяжести. В этом случае, как показывает эксперимент, частицы не оседают ни на скелете фильтра (это – тонкие нити толщиной 0,01 см), ни на поверхностях вертикальных стекол. Отсюда был сделан вывод, что в условиях проводимых экспериментов сила тяжести является силой, определяющей механизм захвата частиц.

Значимыми силами, определяющими динамику движения частиц в потоках, являются: 1) вязкостная или сила Стокса, пропорциональная скорости частицы относительно к потоку, 2) пропорциональная объему частиц  $V_p$  и градиенту давления, действующему вдоль потока, 3) трения, возникающая от силы взаимодействия частицы и вещества скелета пористого массива. Из гидродинамики взаимодействия потоков с препятствиями известно, что при обтекании потоком препятствий за ними образуются «застойные» зоны, течение в которых зависит от числа Рейнольдса ( $Re$ ). При умеренных значениях этого числа,  $Re \leq 10$ , за препятствием возникает возвратное течение в виде двух присоединенных вихрей, скорость течения в которых, на расстояниях по величине близких к размеру самого препятствия, становится малой настолько, что силой, определяющей дальнейшее состояние частиц, становится сила трения, приводящая к их остановке (рис. 4). Передний же край (поверхность) препятствия обтекается гладко, подобно обтеканию шара идеальной жидкостью. Поэтому причиной оседания частиц является вид течения, возникающий в результате взаимодействия потока с препятствиями, а количество «ловушек» для частиц распределено в соответствии с количеством обтекаемых препятствий. На рис. 5 приведены графики измеренного и усредненного поперек потока количества поглощенного света в разные моменты времени в зависимости от расстояний, отсчитываемых от входа суспензии в фильтр. Средней величине поглощенного света на расстоянии  $x$  от входа сопоставлена концентрация осевших частиц  $n$  1/см<sup>3</sup>.

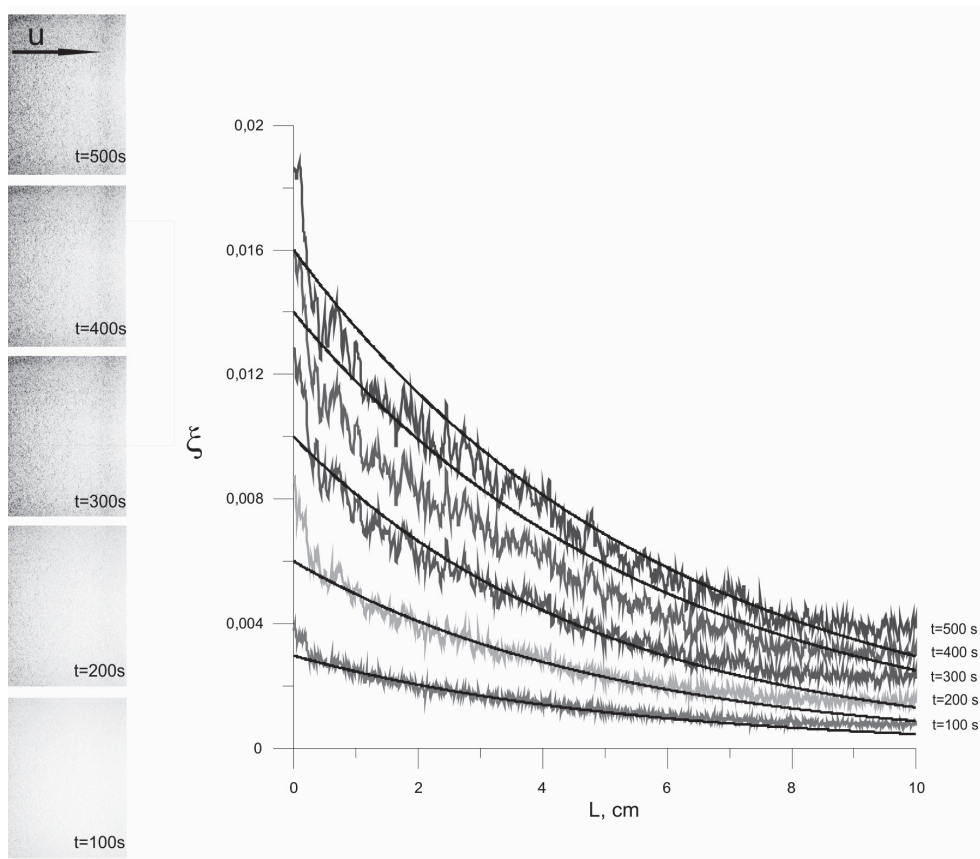
В экспериментах наряду с распределением по пространству и времени концентрации осевших частиц регистрировался также расход суспензии  $Q(t)$  г/с

$$Q = \rho \cdot S \cdot u(t) = \rho \cdot S \cdot u(x, t) m(x, t),$$

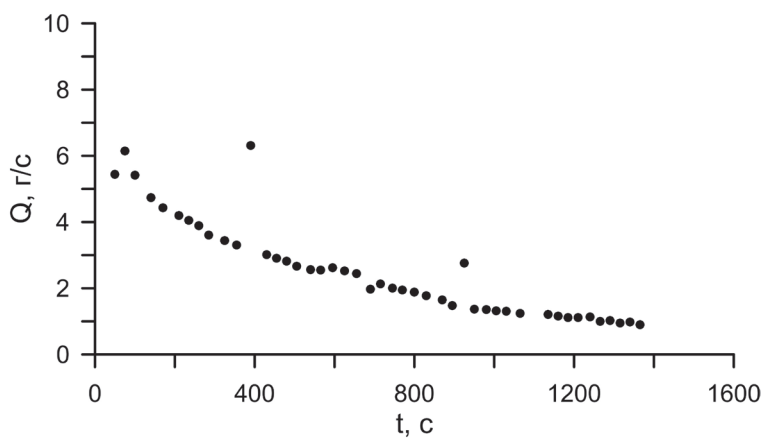
где  $u(x, t) m(x, t) = \frac{Q}{\rho \cdot S} = u(t)$ . Величина  $Q$  со временем представлена на рис. 6.



**Рис. 4.** Фотография остановленных частиц суспензии (темные сгустки) в следах потока, обтекающего слева направо препятствия в виде твердых прозрачных цилиндров, расположенных в щели между параллельными плоскостями стекол, перпендикулярных силе тяжести



**Рис. 5.** (а) – фотографии пористой среды с осевшими частицами в разные моменты времени; (б) – профиль концентрации частиц в пористой среде в эти же моменты времени как функция расстояния от входа в пористую среду (поток с частицами направлен слева направо)



**Рис. 6.** Изменение расхода жидкости со временем

## Осаждение частиц

Пусть на входе в пористый объем ячейки (рис. 1,  $x = 0$ ) с начальной пористостью  $m_0$ , в текущий непрерывный поток жидкости без частиц вводится небольшая порция частиц с характерными размерами  $\bar{a}$ , образующая ограниченный по пространству объем суспензии с концентрацией  $c_0 \ll 1$ . Будем предполагать, что протяженность объема выделенной порции суспензии значительно меньше длины ячейки  $l$ . Во время прохождения этой порции через ячейку часть взвешенных частиц из суспензии покидает поток, осаждаясь вдоль ячейки. Непрерывное осаждение частиц из движущейся порции суспензии приводит к уменьшению как пористости ячейки  $m(x, t)$ , так и концентрации суспензии  $c(x, t)$ . Если принять, что интенсивность «исчезновения» частиц определенного размера пропорциональна концентрации частиц этого размера  $c_{00}$  в выделенном объеме суспензии, то есть

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \alpha(c_{00} - \xi)(m_0 - \xi), \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности,  $\xi$  – концентрация осевших или «исчезнувших» частиц из выделенного объема порции суспензии,  $c_{00}$  – начальная концентрация частиц выделенного предельного размера, которые могут попасть в ловушки пористого массива по условию равенства сил трения, возникающих от взаимодействия этих частиц с веществом массива, и вязкостных сил Стокса ( $c_{00} < c_0$ ), то уравнение сохранения количества частиц (или массы) в случае среды с переменной массой примет вид [Лойцянский, 1978; Седов, 1983; Черняк, Суетин, 2006]

$$\frac{\partial}{\partial t}(m \cdot c) + \frac{\partial}{\partial x}(m \cdot c \cdot u) = -\alpha \cdot c \cdot m, \quad (2)$$

где  $c = c_{00} - \xi$  – концентрация осаждающихся частиц,  $m = m(x, t) = (m_0 - \xi)$  – пористость ячейки (фильтра),  $u = u(x, t)$  – скорость суспензии в сечении с координатой  $x$ , причем  $u(x, t) \cdot m(x, t) = u(t)$ . В принятых обозначениях уравнение (2) в линеаризованной форме согласно  $\xi < c_{00} \ll 1$  сводится к виду

$$\frac{\partial \xi}{c_{00} - \xi} = \frac{\alpha(1 - m_0)m_0}{u(t)} \cdot \partial x \quad (3)$$

с условием на границе: при  $x = 0$ ,  $\xi = \xi_{\max}$ .

Решение уравнения (3) для первой малой порции запишется в виде:

$$\xi = c_{00} - (c_{00} - \xi_{\max})e^{-\frac{\alpha m_0(1-m_0)}{u(t)}x}, \quad (4)$$

Величина  $\xi_{\max}$  определяется уравнением (1), примененным для сечения  $x = 0$  ячейки:

$$\frac{\partial \xi_{\max}}{\partial t} = \alpha c_{00}(m_0 - \xi_{\max}).$$

Решение этого уравнения есть функция времени

$$\xi_{\max} = m_0(1 - e^{-\alpha c_{00} t}),$$

где  $t$  – время, в течение которого вводится порция частиц.

Исходя из формулы (4), выражающей распределение концентраций осевших частиц вдоль ячейки после прохождения по ней первой порции однородно частичной суспензии, значения пористости по ячейке запишется следующим образом:

$$m = m_0 - \xi = m_0 - c_{00} + (c_{00} - \xi_{\max}) e^{\frac{-\alpha m_0 (1-m_0)x}{u(t)}} \quad (5)$$

Если принять, что в эксперименте (Таблица)  $c_{00} \approx 10^{-3} \cdot c_0$ ,  $\alpha < 10$ ,  $t < 10^3$  с, а максимальное значение экспоненты в уравнении (5) всегда меньше единицы, то пористость в соотношении (3) не зависит от времени и примерно равна  $m_0$ . Поэтому можно считать, что концентрация непрерывно оседающих частиц  $\xi$  определяется формулой (4).

| $t, \text{с}$    | 100               | 200               | 300               | 400                 | 500                  |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|----------------------|
| $v, \text{см/с}$ | 2,2               | 2                 | 1,73              | 1,55                | 1,23                 |
| $\alpha$         | 6,4               | 6,4               | 5,83              | 4,74                | 3,44                 |
| $c_{00}$         | $5 \cdot 10^{-6}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ | $6 \cdot 10^{-6}$ | $8,5 \cdot 10^{-6}$ | $1,05 \cdot 10^{-5}$ |

Из сравнения концентраций осевших частиц, найденной в эксперименте (рис. 5, а), с формулой (4) вычисляется начальная концентрация  $c_{00}$  оседающих частиц и коэффициенты  $\alpha$  пропорциональности интенсивности их оседания. Результаты сравнения приведены в Таблице и на графиках рис. 5, б.

### Заключение

1. По результатам экспериментов найдено распределение концентрации частиц, осаждаемых с течением времени на пористом скелете.
2. Показано, что частицы осаждаются в так называемых ловушках, возникающих при обтекании потоком суспензии препятствий, образованных геометрией скелета фильтра.
3. Построено уравнение неразрывности движущейся вдоль фильтра суспензии.
4. Найден коэффициент пропорциональности, определяющий зависимость интенсивности фильтрации от начальной концентрации суспензии, состоящей из частиц одного размера.

### Литература

- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматлит, 1963. 632 с.
- Левич В.Г., Маркин В.С., Чизмаджев Ю.А. О гидродинамическом перемешивании в модели пористой среды с застойными зонами // Докл. АН СССР. 1966. Т. 166 № 6.
- Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
- Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1983. 528 с.
- Черняк В.Г., Суетин П.Е. Механика сплошных сред. М.: Физматлит, 2006.
- Saffman P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. Pt 2. P. 385–400. Corrigendum // J. Fluid Mech. 1968. V. 31. Pt 3. P. 624.