

МОДИФИКАЦИЯ ЭМПИРИЧЕСКОГО ЗАКОНА ТРЕНИЯ «RATE AND STATE FRICTION LAW» ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭПИЗОДОВ МЕДЛЕННОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

А.М. Будков, Г.Г. Кочарян, В.А. Новиков, А.В. Крашенинников

Обсуждается возможность использования эмпирического закона трения «Rate and State» для воспроизведения в численных расчетах режимов скольжения различных типов – «нормальных» и «медленных землетрясений», «эпизодов медленного скольжения». Показано, что канонический закон «Rate and State» позволяет добиться хорошего согласия с экспериментальными данными в случае динамических срывов в режиме прерывистого скольжения, однако с его помощью не удастся воспроизвести кинематические характеристики движения при переходных режимах скольжения. Для численного моделирования «медленных» движений предложено дополнить «Rate and State»-модель вязким членом. При этом динамическая вязкость зависит как от свойств собственно контакта, так и от условий нагружения. Показано, что модифицированная таким образом «Rate and State»-модель позволяет моделировать широкий спектр режимов сдвигового деформирования, в том числе и «медленные» движения.

Введение

Экспериментальные исследования Дж. Дитериха [Deiterich, 1979 и др.] и его последователей [Ruina, 1983 и др.] легли в основу «Rate and State»-модели (закон трения Дитериха), в соответствии с которой коэффициент трения зависит от скорости скольжения, эволюционирует в процессе перемещения и представляется в виде:

$$\mu = \mu_0 + a \ln \left(\frac{|\dot{x}|}{u^*} \right) + b \ln \left(\frac{u^* \theta}{D_c} \right), \quad (1)$$

где μ_0 – коэффициент трения, соответствующий стабильному скольжению со скоростью u^* ; a , b , D_c – эмпирические константы, θ – переменная состояния, $\dot{x}$ – скорость перемещения. Переменная состояния θ определяется из кинетического уравнения:

$$\dot{\theta} = 1 - \left(\frac{|\dot{x}| \theta}{D_c} \right). \quad (2)$$

В состоянии стабильного скольжения с некоторой скоростью $\dot{x} = u_0$ переменная состояния θ принимает значение $\theta = D_c/u_0$. Данное значение в дальнейшем применяется в качестве начального условия при решении уравнения (2).

Этот подход широко и успешно используется для моделирования и объяснения различных явлений, связанных с трением по границам блоков земной коры – зарождение землетрясений, постсейсмическое скольжение, форшоки, афтершоки, например, [Ben-Zion and Rice, 1997; Gomberg et al., 1998; Marone, 1998; Lapusta and Rice,

2003; Perfettini et al., 2003; и др.]. Известны попытки моделировать с помощью эмпирического закона (1) и события эпизодического скольжения по разломам (Slow Slip Events), например [Miyazaki et al., 2006], однако, по нашему мнению, в этой работе за эпизоды скольжения ошибочно были приняты вариации скорости крипа в процессе стабилизации режима скольжения.

В настоящей работе выполнено сопоставление результатов численных расчетов с использованием закона трения «Rate and State» с данными недавно опубликованной серии лабораторных экспериментов [Кочарян, Новиков, 2015]. Показано, что для описания медленных движений закон (1) должен быть модифицирован.

Медленные перемещения по разломам

Явления медленного скольжения по разломам и трещинам представляют собой режимы межблоковых перемещений, которые можно считать переходными от квазистатического стабильного скольжения (крипа) к динамическому срыву (землетрясению). К ним относятся сейсмогенные явления скольжения по разломам со скоростями на 1–3 порядка ниже, чем при «нормальных» землетрясениях, а также эпизоды асейсмического скольжения. Открытие этих явлений в значительной степени изменяет понимание того, как реализуется энергия, накопленная в процессе деформирования земной коры.

При динамических срывах несколько процентов энергии деформации излучается в виде упругих волн. Этого оказывается достаточно для сильнейших макроскопических проявлений крупных землетрясений. При некоторых условиях скольжение может не достигать динамических скоростей, но низкоамплитудные низкочастотные сейсмические волны, тем не менее, излучаются. Спектр колебаний при таких событиях обеднен высокими частотами, что отражает большую длительность скольжения в очаге, чем следует из стандартных соотношений. В ряде случаев скорость подвижки по разлому оказывается настолько низкой, что сейсмические волны, регистрируемые приборами, не излучаются вовсе. Тем не менее, скорость скольжения во время этих деформационных явлений значительно превышает типичные значения скорости асейсмического крипа по разломам в несколько см/год.

По мере обнаружения новых типов деформационных явлений, в зависимости от проявленных особенностей, они получали разные названия: тихие землетрясения (silent earthquakes), эпизодический тремор и скольжение (Episodic Tremor & Slip (ETS)); эпизодический крип (Episodic Crip Events), эпизоды медленного скольжения (Slow Slip Events) (SSE); низкочастотные землетрясения (Low-Frequency Earthquakes (LFE)); очень низкочастотные землетрясения (Very Low-Frequency earthquakes (VLFs)). Подробный обзор сведений о таких событиях приведен в работе [Кочарян и др., 2014].

Явления медленного скольжения качественно отличаются от постсейсмического слипа. В последнем случае работает потенциал произошедшего землетрясения – скорость деформации в процессе постсейсмического движения только снижается, а зависимость перемещения от времени описывается обычно логарифмической функцией. Явления медленного скольжения возникают спонтанно и, в отличие от афтерслипа, имеют длительную фазу нарастания скорости скольжения, а зависимость перемещения от времени на стадии затухания процесса скорее экспоненциальная, что свидетельствует о значительном вкладе вязкоупругой составляющей [Кочарян и др., 2014].

Лабораторные эксперименты

Одним из intriguing является вопрос о том, представляют ли собой динамические и квазистатические смещения по разломам физически разные явления [Ide et al., 2007] или режимы скольжения являются компонентами единого процесса [Peng, Gomberg, 2010]. В серии лабораторных экспериментов на трибологических установках нам удалось воспроизвести весь спектр межблоковых движений: от динамического срыва до эпизодов медленного скольжения [Кочарян и др., 2014; Кочарян, Новиков, 2015 и др.].

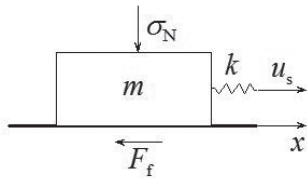


Рис. 1. «Слайдер»-модель

Схему экспериментальной установки можно упрощенно представить в виде так называемой «слайдер»-модели (рис. 1) – блока, лежащего на подложке и приводимого в движение усилием растяжения пружины, конец которой движется с постоянной скоростью 1 мкм/с. Между блоком массой 130 кг и подложкой находился слой материала-заполнителя толщиной около 2 мм. Площадь основания блока составляла 254 см².

Используемый набор материалов и характеристики экспериментальной установки позволили реализовать в опытах различные режимы скольжения. На рис. 2 приведены типичные зависимости величины сдвигового усилия от перемещения (реологические кривые) и зависимости смещения от времени в отдельных актах скольжения для опытов с разными геоматериалами.

Можно видеть, что во всех опытах наблюдается деформационный режим, напоминающий прерывистое скольжение (стик-слип) – фазы ускоренного движения, в

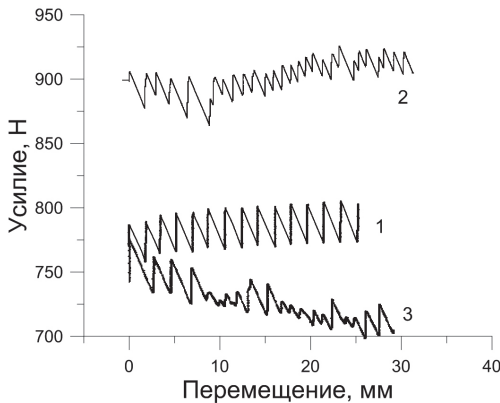
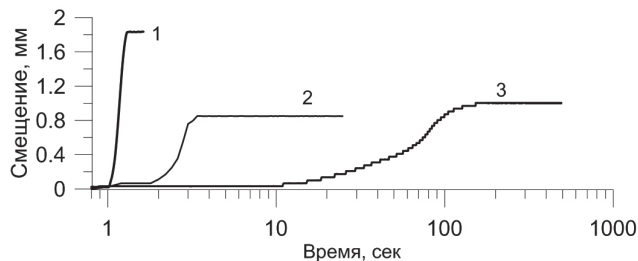


Рис. 2. Реологические зависимости (а) и зависимости смещения от времени в отдельных актах скольжения, полученные в опытах с различными заполнителями.

1 – кварцевый песок; 2 – сухая глина; 3 – обводненная глина.

Во всех экспериментах жесткость нагружения $K = 17$ Н/мм. Время начала скольжения приведено к моменту $t = 1$ с



процессе которых происходит сброс усилия нагружающего элемента, сменяются фазами замедления и остановки. При этом в системе происходит накопление потенциальной энергии, расходуемой в процессе следующего этапа скольжения. Однако, если при заполнении трещины кварцевым песком время скольжения составляет величину порядка 0,3–0,5 с, а фаза покоя длится ~1500 с, то для увлажненной глины длительность фазы скольжения 100–300 с при продолжительности остановки ~800 с.

Таким образом, эпизоды скольжения в случае трещины, заполненной кварцевым песком, можно считать модельным «нормальным землетрясением», в случае трещины, заполненной сухой глиной – модельным «низкочастотным землетрясением», а в случае трещины, заполненной влажной глиной – медленным скольжением.

Численное моделирование

При численном моделировании для описания фрикционного взаимодействия блока и подложки был использован закон «Rate and State» в виде (1), (2). Уравнение, описывающее движение подвижного блока модели, имеет вид:

$$m\ddot{x} = k(u_s t - x) - F_s, \quad (3)$$

где m – масса блока, k – жесткость пружины, u_s – скорость протяжки пружины, t – время, F_s – сила сопротивления сдвигу.

Для численного решения дифференциального уравнения (3) совместно с уравнениями (1) и (2) использовался метод Рунге-Кутты 4-го порядка аппроксимации.

При численном воспроизведении результатов лабораторных экспериментов параметры «Rate and State»-модели задавались так, чтобы обеспечить режим скоростного разупрочнения блока, то есть $\Delta = (b - a) > 0$. При этом значения констант a , b , Δ и D_c варьировались.

При рассмотрении системы, обладающей сдвиговой жесткостью, помимо наличия эффекта динамического «разупрочнения» контакта необходимым условием возникновения режима прерывистого скольжения является достаточно большая сдвиговая жесткость контакта в фазе разгрузки, превышающая общую жесткость k нагружающей системы:

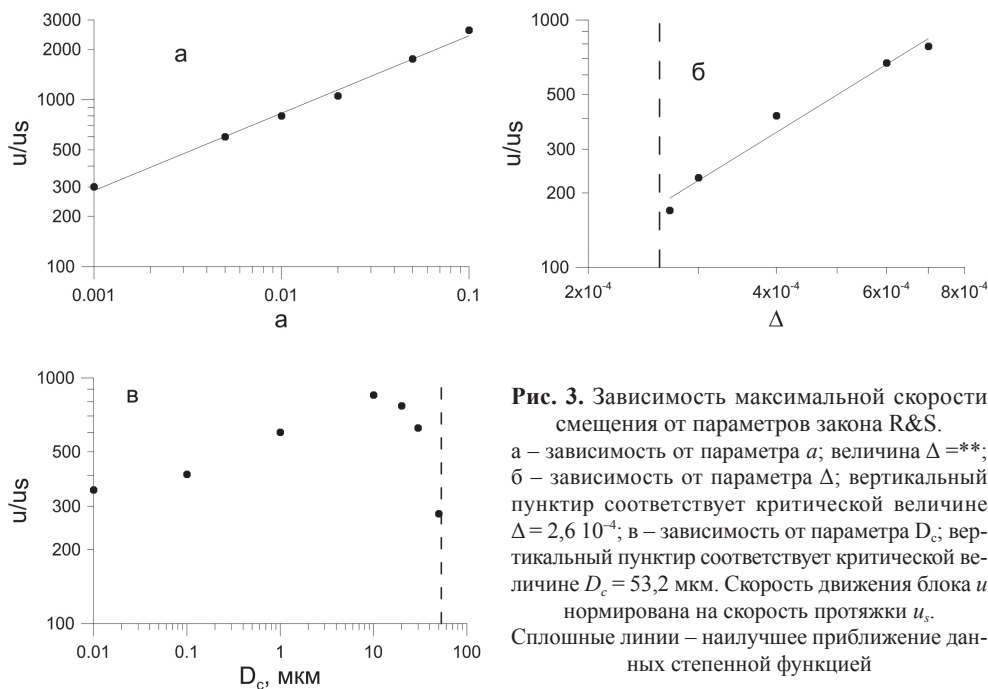
$$\sigma_N \left| \frac{d\mu}{dx} \right| > k, \quad (4)$$

где σ_N – нормальное напряжение.

При малых положительных значениях величины Δ , изменение параметра D_c может привести к появлению режима условно стабильного скольжения, связанного с бифуркацией Хопфа, при этом критические значения параметров в точке бифуркации задается соотношением [Scholz, 1998]:

$$\Delta_{кр} = D_c k / \sigma_N. \quad (5)$$

При неизменной величине параметра Δ увеличение абсолютных значений a приводит к росту скорости движения блока примерно пропорционально $\sqrt{a}$ (рис. 3, а), а длительность фазы движения остается практически неизменной. С увеличени-



ем параметра Δ амплитуда динамических срывов также растет (рис. 3, б). Длительность пика скорости при этом незначительно сокращается. Как следует из анализа уравнения (1), а также из данных [Будков, Остапчук, 2013], параметр a определяет величину скачка коэффициента трения $d\mu \sim a$ в момент резкого изменения скорости скольжения. Параметр b определяет степень «разупрочнения» контакта в фазе релаксации. Увеличение диапазона изменения коэффициента трения приводит к увеличению выделяющейся при динамическом срыве упругой энергии и, соответственно, амплитуды скорости движения блока.

Параметр D_c влияет на динамику процесса «разупрочнения» и характеризуется как критическое смещение, при котором коэффициент трения переходит к новому значению. Влияние этого параметра на амплитуду динамического срыва гораздо слабее (изменение D_c на три порядка вызывает изменение амплитуды скорости в фазе динамического срыва менее, чем в три раза) и носит несколько более сложный характер. В соответствии с соотношением (5), критическое значение параметра D_c для рассматриваемого набора характеристик модели составляет 53,2 мкм. В выполненной серии расчетов увеличение D_c приводит к увеличению времени возникновения первого динамического срыва и, соответственно, к увеличению его амплитуды. Однако при значениях D_c более 10 мкм (то есть, примерно 20% от критической величины D_c) начинается переход от режима прерывистого скольжения к режиму условно стабильного скольжения, а амплитуда пиков скорости снижается.

Путем подбора значений констант a , b и D_c в расчетах обеспечивалось наилучшее соответствие экспериментальным эпюрам. На рис. 4 сопоставлены расчетная и экспериментальная зависимости скорости скольжения блока от времени для контакта, заполненного кварцевым песком. Для удобства, здесь и далее время отсчитывается от момента максимума скорости.

В расчете использовались следующие параметры «Rate and State»-модели: $a = 0,0002$, $b = 0,00109$, $D_c = 10$ мкм. Характеристики «слайдер»-модели соответствовали эксперименту. Можно видеть, что в случае выраженного прерывистого скольжения удается неплохо воспроизвести экспериментальную эпюру.

На рис. 5 сопоставлены результаты расчета и эксперимента на диаграмме усилие–перемещение. Некоторое расхождение этих зависимостей по величине усилия является следствием небольшой погрешности ($\sim 1,5\%$) в определении коэффициента трения μ_0 , который задавался в соответствии с результатами измерений. Соответствующей корректировкой величины μ_0 можно добиться наилучшего совпадения зависимостей, не изменяя при этом расчетные кинематические характеристики срыва. Таким образом, лабораторные «нормальные» землетрясения удовлетворительно моделируются при помощи канонического закона «Rate and State» (1).

Попытки смоделировать процесс скольжения по трещине, заполненной сухой глиной, при жесткости нагружающей системы $K = 17$ кН/м (лабораторное «медленное» землетрясение) и по трещине, заполненной обводненной глиной (лабораторный «эпизод медленного скольжения») натолкнулись на непреодолимые сложности. В эксперименте время скольжения в опыте с сухой глиной возрастает по сравнению с контактом из кварцевого песка примерно на порядок, при соответствующем снижении и максимальной, и средней скоростей скольжения (кривая 1 на рис. 6).

Сигнал такого типа не удалось воспроизвести в расчетах с использованием канонической «Rate and State»-модели (зависимость 2 на рис. 6). Варьируя параметры «Rate and State»-модели можно подобрать амплитуду сигнала, но наполненность эпюры при этом в основном определяется массой блока и жесткостью пружины (параметры, строго определенные для конкретного эксперимента). В расчете возможно лишь повлиять на «размазывание» переднего фронта пика, изменяя параметр D_c . Расчетный пик динамического срыва при заданной амплитуде неизменно

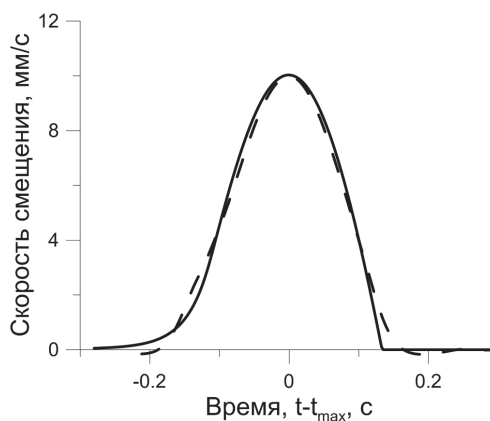


Рис. 4. Зависимость скорости скольжения от времени для контакта, заполненного кварцевым песком. Параметры расчета: $K = 17$ кН/м; $\mu = 0,61$; $D_c = 10$ мкм; $a = 2 \cdot 10^{-4}$; $b = 1,09 \cdot 10^{-3}$; $\eta = 0$; $\Delta_k = 1,3 \cdot 10^{-4}$.

Сплошная линия – расчет, пунктир – эксперимент

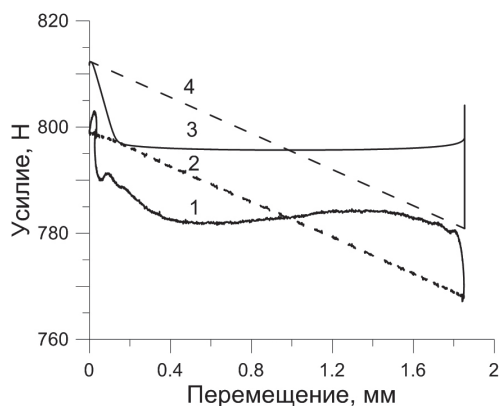


Рис. 5. Зависимость величины сопротивления сдвигу (сплошная линия) и нагружающего усилия (пунктир) от перемещения для контакта, заполненного кварцевым песком: 1, 2 – эксперимент; 3, 4 – расчет

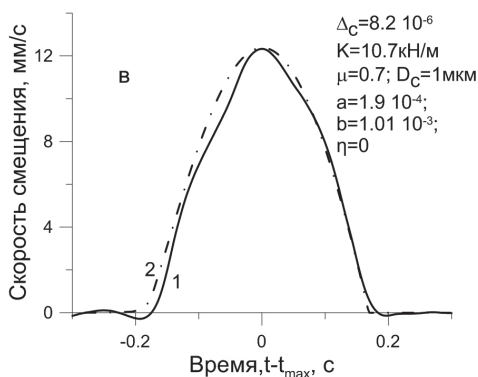
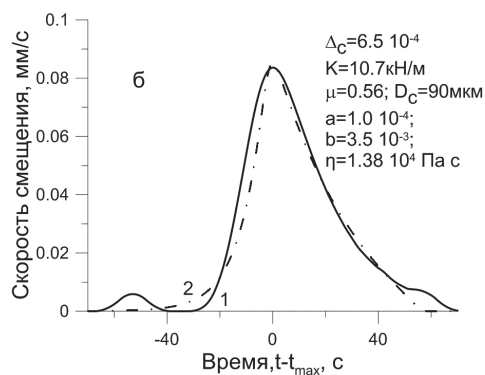
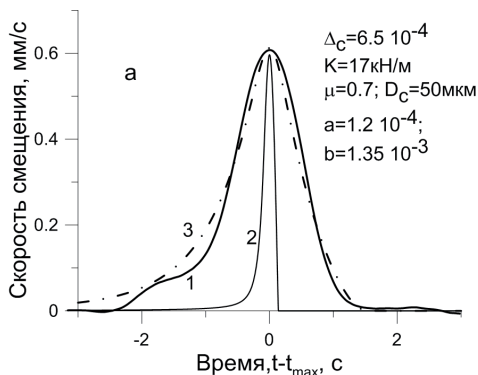


Рис. 6. Зависимость скорости скольжения от времени.

а – контакт, заполненный сухой глиной, жесткость пружины $K = 17000$ Н/м. 1 – эксперимент; 2 – расчет $\eta_d = 0$; 3 – расчет $\eta_d = 1000$ Па с; б – контакт, заполненный обводненной глиной. 1 – эксперимент; 2 – расчет $\eta_d = 2,76 \cdot 10^4$ Па с; в – контакт, заполненный сухой глиной, жесткость пружины $K = 10700$ Н/м.

1 – эксперимент; 2 – расчет $\eta_d = 0$

остается существенно более узким, чем полученный в эксперименте. Аналогичная ситуация складывается при попытке смоделировать процесс скольжения по влажной глине.

Результаты численного моделирования «медленных» движений удалось приблизить к эксперименту путем введения в каноническое уравнение R&S (1) члена, учитывающего возникновение дополнительного сопротивления сдвигу, связанного с динамической вязкостью контакта:

$$F_s = \sigma_N \cdot S \cdot \left[\mu_0 + a \ln \left(\frac{|\dot{x}|}{u^*} \right) + b \ln \left(\frac{u^* \theta}{D_c} \right) \right] + \frac{\eta_d \cdot S \cdot \dot{x}}{d}, \quad (6)$$

где η_d – коэффициент динамической вязкости межблокового контакта; S , d – площадь и толщина контактной зоны.

Результаты расчета с учетом динамической вязкости на рис. 6 представлены линией 3. Контакт описывался следующими параметрами: $a = 0,00012$, $b = 0,00135$, $D_c = 50$ мкм, $\eta_d = 1000$ Па с. Можно видеть, что ввод в уравнение движения члена, связанного с динамической вязкостью контакта, позволяет в расчете с удовлетворительной точностью воспроизвести и «медленные» движения. Использование уравнения (6) позволило воспроизвести и скольжение контакта, заполненного обводненной глиной (рис. 7). В этом случае движение имеет длительную фазу (~100 с) плавного увеличения скорости смещения, а затем фазу торможения примерно той же продолжительности, а амплитуда скорости снижается до величины в несколько десятков мкм/с. В этом случае коэффициент «эффективной вязкости» η по сравне-

нию с предыдущим расчетом (рис. 6) был увеличен на полтора порядка: $a = 0,0001$, $b = 0,0035$, $D_c = 90$ мкм, $\eta_d = 2,76 \cdot 10^4$ Па с.

Необходимо подчеркнуть, что в данном случае вязкость не есть характеристика вещества – материала, заполняющего щель. Этот параметр есть некоторая условная величина, имеющая размерность Па·с, удобная для характеристики степени изменения скорости деформации контакта. Он зависит как от свойств собственно контакта, так и от жесткости нагружающей системы. Об этом свидетельствует рис. 6,в, где показаны экспериментальные и расчетные зависимости трещины, заполненной сухой глиной и нагружаемой более мягкой пружиной. Оказалось, что в этом случае вязкостью можно пренебречь.

Заключение

Проведенные расчеты показали, что для моделирования всего спектра межблоковых движений эмпирический закон трения Дитериха необходимо дополнить членом, учитывающим возникновение дополнительного сопротивления сдвигу, связанного с динамической вязкостью контакта. В этом случае наблюдаемые в эксперименте эпизоды медленного скольжения могут быть воспроизведены с хорошей точностью.

В качестве динамической вязкости используется некоторый параметр, имеющий размерность Па с и зависящий как от свойств собственно контакта, так и от условий нагружения. Подобная ситуация описана в работе [Белинский и др., 1975], где экспериментально определяемая эффективная вязкость твердого дела пропорциональна характерному времени процесса.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 14-17-00719).

Литература

Белинский И.В., Михалюк А.В., Христофоров Б.Д. Вязкость горных пород при деформационных процессах // Физика земли. 1975. № 8. С. 80–84.

Будков А.М., Остапчук А.А. Численное моделирование процесса прерывистого скольжения // Динамические процессы в геосферах: сб. научных трудов ИДГ РАН. Вып. 4. М.: ГЕОС. 2013. С. 103–110.

Кочарян Г.Г., Новиков В.А. Экспериментальное исследование различных режимов скольжения блоков по границе раздела. Часть 1. Лабораторные эксперименты // Физическая мезомеханика. 2015. Т. . С. 94–204.

Deiterich J.H. Modeling of rock friction. 1. Experimental results and constitutive equations // J. Geophys. Res. 1979. Vol. 84. № B5. P. 2161–2168.

Ruina A. Slip instability and state variable friction laws // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. № 6. P. 1172–1175.

Scholz C.H. Earthquakes and friction laws // Nature. 1998. Vol. 391. P. 37–42 doi:10.1038/34097.

Scholz C.H. The mechanics of Earthquake and Faulting // Cambridge University Press. Cambridge. 2002. 496 pp.

Ben-Zion, Y. and J.R. Rice (1997), Dynamic simulations of slip on a smooth fault in an elastic solid // J. Geophys. Res., 102, 17,771–17,784.

Gomberg J., N.M. Beeler, M.L. Blanpied and P. Bodin (1998), Earthquake triggering by transient and static deformations // J. Geophys. Res., 103, 24,411–24,426.

Marone, C. (1998), Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting, *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 26, 643–696.

Lapusta N. and J.R. Rice (2003), Nucleation and early seismic propagation of small and large events in a crustal earthquake model // *J. Geophys. Res.*, 108(B4), 2205, doi:10.1029/2001JB000793.

Perfettini H., and J.-P. Avouac (2004), Postseismic relaxation driven by brittle creep: A possible mechanism to reconcile geodetic measurements and the decay rate of after-shocks, application to the Chi-Chi earthquake, Taiwan, *J. Geophys. Res.*, 109, B02304, doi:10.1029/2003JB002488.

Miyazaki S., P. Segall, J.J. McGuire, T. Kato, and Y. Hatanaka (2006), Spatial and temporal evolution of stress and slip rate during the 2000 Tokai slow earthquake, *J. Geophys. Res.*, 111, B03409, doi:10.1029/2004JB003426.

Ide S., D.R. Shelly, and G.C. Beroza, 2007. Mechanism of deep low frequency earthquakes: Further evidence that deep non-volcanic tremor is generated by shear slip on the plate interface. *Geophysical Research Letters* 34, L03308. doi:10.1029/2006GL028890.