

ПОДОБИЕ В ЗАТУХАНИИ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ ОДНОМЕРНОМ УДАРЕ

Б.А. Иванов

Классическая автомодельная задача о затухании ударных волн, решенная ранее для идеального газа, анализируется методами численного моделирования для случая «реальных» уравнений состояния (УС). Показано, что для популярных в современном моделировании природных ударных процессов УС Тиллотсона и ANEOS выход на автомодельное решение осуществляется довольно поздно, на расстоянии более ~50 длин плоского ударника. Хотя исследованные УС при экстремально высоких параметрах описывают идеальный газ, показатель степени в законе затухания давления в ударной волне никогда не достигает теоретического предела.

Введение

Законы подобия (англ. – scaling laws) играют важное значение при решении широкого круга практических задач, связанных с высокоскоростными ударными процессами. В частности, при изучении природных ударов астероидов и метеоритов по поверхности планет Солнечной системы необходимо переносить результаты экспериментов на удары с гораздо большими скоростями, чем достижимые в лаборатории [Holsapple, 1993; Holsapple and Schmidt, 1987; Schmidt and Housen, 1987]. При этом важно правильно оценивать затухание ударных волн по мере их распространения в мишени. К заданным давлениям в ударной волне привязаны, например, наступление плавления и испарения горных пород. Многие задачи в данной области решаются методами численного моделирования, что требует применения аналитических и/или табличных уравнений состояния мишени. Данная работа посвящена изучению сходства и различий в затухании ударных волн с расстоянием при плоском одномерном ударе для «реальных» уравнений состояния (УС Тиллотсона и ANEOS) и классических решений для идеального газа.

Решение задачи о «коротком ударе» впервые было опубликовано Я.Б. Зельдовичем [Зельдович and Райзер, 1966] и многократно проанализирована позднее [Динес and Уолш, 1973; Рае, 1973]. Было показано, что при ударе плоского ударника (слоя вещества конечной толщины L) по поверхности полупространства (мишени) для случая, когда термодинамические свойства мишени описываются уравнением состояния идеального газа с постоянным отношением теплоемкостей γ , механическая эффективность удара (например – затухание ударной волны в мишени на больших расстояниях $x \gg L$) для ударов с различными скоростями U будет одинаковой (подобной), если толщина ударника и скорость удара связаны соотношением с постоянной C :

$$C = L U^\mu \quad (1)$$

где μ – постоянный показатель степени, зависящий от уравнения состояния (от величины γ для идеального газа).

Позднее это же соотношение было предложено как асимптотическое («эквивалентность на поздней стадии») для веществ с другими уравнениями состояния. Постоянную C стали называть параметром эффективности («coupling parameter»), а само решение (1) – «решением о точечном источнике» («point source solution»), что не вполне правильно. Правильнее говорить о решении на больших расстояниях $x \gg L$.

Закон подобия в форме (1) имеет две асимптотики – при малых скоростях удара (и неупругом ударе) сохраняется импульс и величина μ всегда больше единицы. При выбросе некоторого количества вещества в сторону подлета ударника импульс может вырасти, но не может увеличиться энергия. Следовательно, закон сохранения энергии ограничивает показатель степени в (1): $\mu \leq 2$. В реальности при ударах с большой скоростью вещество за ударной волной необратимо нагревается, и «потери» энергии на нагрев уменьшают относительную механическую эффективность удара.

Для идеального газа без противодавления величина $1 < \mu < 2$ зависит только от показателя адиабаты, возрастая с величиной γ . Например, для газа с $\gamma = 1,5$ и $1,667$ величина $\mu = 1,527$ и $1,569$ соответственно, для $\gamma > 5$ величина μ приближается к предельному значению $\sim 1,8$ (рис. 1).

Для сравнения на рис. 1 показаны немногочисленные опубликованные расчетные данные [Chou and Allison, 1966; Chou and Burns, 1967] для подобия плоских ударов конденсированных материалов (алюминия и меди). Из-за отличия уравнения состояния конденсированных веществ от идеального газа эти данные показаны в зависимости от скорости удара.

Аналитическое решение задачи о сильном ударе приводит к степенному затуханию давления на фронте ударной волны с расстоянием:

$$p \sim 1/x^{2/\mu} = 1/x^\beta \quad (2)$$

где введен параметр $\beta = 2/\mu$.

Для уравнений состояния, воспроизводящих свойства твердых тел, мы нашли лишь пару публикаций об автомоделных решениях плоской задачи об ударе (рис. 1), и то лишь при нескольких значениях скорости удара. В данной работе этот вопрос исследован более подробно для нескольких уравнений состояния.

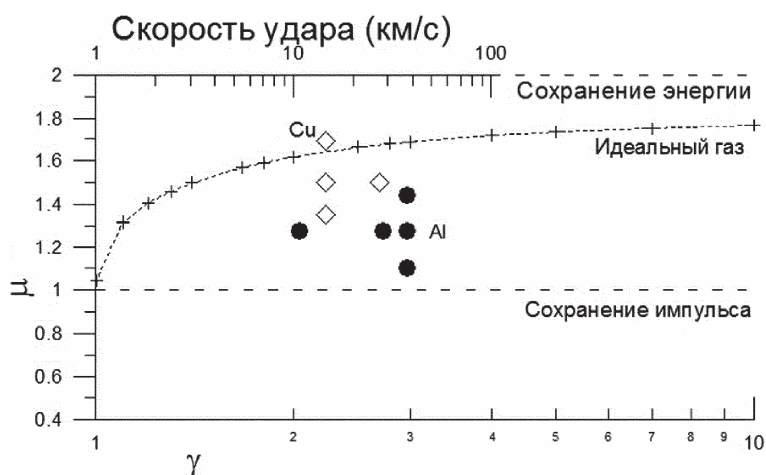


Рис. 1. Зависимость показателя μ в уравнении (1) от отношения теплоемкостей для идеального газа γ (нижняя горизонтальная ось, крестики и пунктирная кривая). Для сравнения показаны ранее опубликованные результаты для алюминия и меди в зависимости от скорости удара (верхняя горизонтальная ось)

Уравнения состояния

В практическом моделировании высокоскоростных ударах по Земле, Луне другим планетным телам наиболее часто используются аналитические уравнения состояния металлов и горных пород, такие как УС Тиллотсона [Tillotson, 1962] и программный пакет ANEOS [Thompson and Lauson, 1972]. Поскольку уравнения состояния для горных пород существенно усложняются наличием твердотельных фазовых переходов (типа кварц-коэсит-стишовит, в дополнение к плавлению и испарению), мы ограничимся здесь УС для металлов, которые, в принципе, не отличаются от УС горных пород и минералов без твердотельных фазовых переходов.

Характерной чертой упомянутых уравнений состояния является заложенное в них предположение о том, что при высоких давлениях и температурах вещество ведет себя как идеальный газ с постоянной γ . Например, для алюминия при сверхвысоких сжатиях УС Тиллотсона предполагает $\gamma = 1,5$, а библиотечный ANEOS – $\gamma = 1,667$. Соответственно, слегка различаются значения предельного сжатия на ударной адиабате. Другие параметры упомянутых выше уравнений состояния подбираются по известным термодинамическим свойствам веществ и их ударной адиабате.

Численное моделирование

Для расчетов использовалась Лагранжева опция доработанного пакета SALE [Amsden et al., 1980; Ivanov et al., 2010]. Предполагалось, что ударник (пластина) толщиной в 100 расчетных ячеек налетает на мишень (полупространство) со скоростями от 800 км/с и ниже – до «обычных» скоростей в 10–12 км/с. Сверхвысокие скорости были выбраны, чтобы проследить приближение к «идеально-

газовому» пределу, когда начальное давление p_0 намного больше модуля объемной сжимаемости твердого (конденсированного) тела K , а сжатие вещества близко к предельному. При максимальных скоростях в наших расчетах $p_0/K \sim 5000$.

В основном использовалось УС Тиллотсона. Для алюминия несколько расчетов были проведены с подключением полного пакета ANEOS, что сильно замедляет расчеты (обычно используются предвычисленные таблицы). Параметры УС Тиллотсона подгонялись под ударное сжатие алюминия, железа, и оксид кальция СаО (редкий пример природного минерала с относительно слабым влиянием твердотельных фазовых переходов). Для умеренного сжатия выбранные параметры УС дают следующие линейные зависимости массовой скорости U_p от скорости фронта ударной волны U_s :

$$\begin{aligned} \text{Fe:} \quad U_s &= 4,04 + 1,66 U_p \quad (U_p < 2 \text{ км/с}) \\ \text{Al:} \quad U_s &= 5,3 + 1,44 U_p \quad (U_p < 2,6 \text{ км/с}) \\ \text{СаО:} \quad U_s &= 5,85 + 1,20 U_p \quad (U_p < 2,6 \text{ км/с}) \end{aligned}$$

Результаты

Плоский удар создает ударный импульс, слабеющий с расстоянием, и переходящий в классический акустический сигнал с затуханием $p \sim 1/x^{0.5}$ [Ландау and Лифшиц, 1988]. На расстояниях, сравнимых с толщиной ударника (определяются моментом прихода волны разрежения с тыльной стороны ударника), амплитуда ударной волны в мишени является постоянной (p_0). Затем под влиянием волн разрежения формируется ударный импульс, амплитуда которого затухает по некоторому закону, описывающему переход от сильной волны ($p/K \gg 1$) к акустическому режиму ($p/K \ll 1$). В принципе, такие решения представляются обычно в виде суммы степенных членов, как, например, в знаменитой формуле Садовского для затухания сферической взрывной волны в воздухе. В данной работе мы интересуемся близостью $p(x)$ к идеально-газовому решению и влиянием скорости удара в духе формулы (1).

Из-за ограничений времени расчетов в единичном варианте рассчитывалось распространение ударной волны на расстояние порядка 500 толщин ударника. Для нахождения параметров подобия зависимости $p(x)$ подгонялись путем масштабирования по размеру ударника (рис. 2), что позволяло построить единую зависимость $p(x)$ в широком диапазоне давлений p/K .

Чтобы увидеть детали кривой $p(x)$ мы использовали представление локальной производной $d(\ln p)/d(\ln x)$, дающую значение степени β для степенной кривой (2), касающейся кривой $p(x)$. На рис. 3 показана зависимость «локальной степени» затухающей $p(x)$ от приведенного к модулю сжимаемости давления p/K . Хорошо видно, что даже при скорости 800 км/с ($p_0/K \sim 5000$) предельный режим «сильного» («point source») решения не осуществляется в строгом смысле – не существует достаточно широкого диапазона p/K , где соблюдается постоянство «локальной экспоненты», а максимальное значение локальной производной не достигает предельной идеально-газовой величины. Использование разных уравнений состояния дает разные максимальные значения «локальной экспоненты» из-за различия в величине предельного сжатия. Нужно, также, отметить, что в относительно простой численной схеме SALE не удастся полностью подавить небольшие паразитные колебания, которые хорошо видны при дифференцировании $p(x)$.

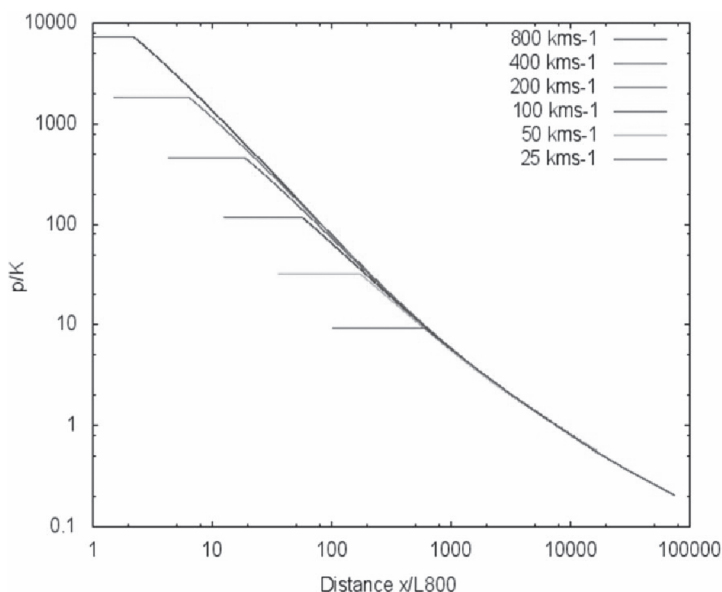


Рис. 2. Затухание давления на фронте ударной волны (нормализовано на объемный модуль сжатия, p/K) от расстояния x , нормализованного на толщину ударника для скорости удара 800 км/с, L_{800} , алюминий, УС Тиллотсона. Толщины ударников для меньших скоростей определялись путем подгонки зависимостей $p(x)$ на больших расстояниях («эквивалентность на поздней стадии»). Зависимость L/L_{800} от скорости удара использовалась для определения локальной величины показателя степени в уравнении (1)

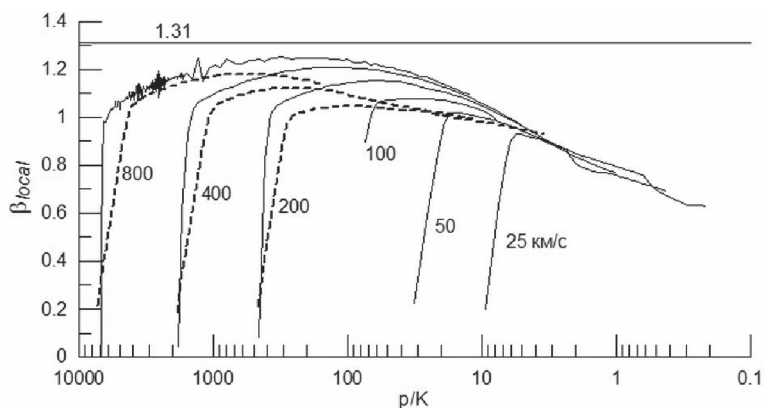


Рис. 3. Зависимость локального показателя β_{local} в уравнении (2) от приведенного давления p/K для плоского удара по алюминию с УС Тиллотсона (сплошные кривые) и с ANEOS (пунктирные кривые)

Для проверки расчетов был смоделирован также удар по идеальному газу с $\gamma = 5/3$ и начальной плотностью алюминия (рис. 4). Алюминий Тиллотсона и аналогичный по начальной плотности идеальный газ ведут себя при больших

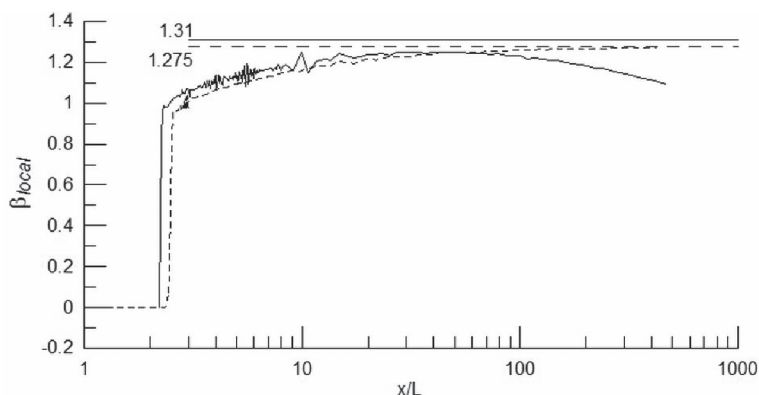


Рис. 4. Зависимость β_{local} в уравнении (2) от нормализованного расстояния x/L для УС Тиллотсона (алюминий, сплошная кривая) и для идеального газа с $\beta = 5/3$ и начальной плотностью алюминия. Сплошной (Al) и пунктирной (идеальный газ) линиями показаны теоретические значения β для идеального автомодельного решения

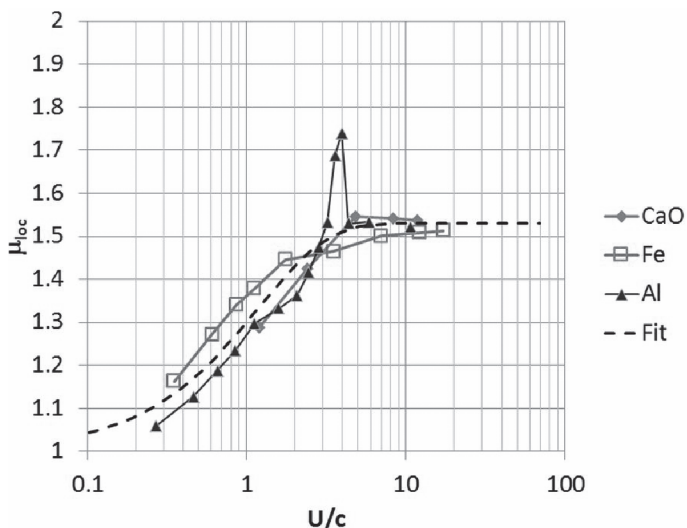


Рис. 5. Зависимость локального показателя степени μ_{loc} (1) от скорости удара, нормализованной на скорость звука для УС Тиллотсона оксида кальция (CaO), железа (Fe), алюминия (Al). Величина μ_{loc} становится постоянной только при $U/c > 5$

сжатиях похожим образом – «локальная экспонента» затухания давления с расстоянием медленно приближается к теоретическому значению $2/\mu$ на расстояниях порядка 50 толщин ударника L . На больших расстояниях ударная волна в идеальном газе достигает теоретического значения 1,275, в то время как для УС Тиллотсона «локальная экспонента» никогда не достигает теоретического значения 1,31.

Подгоняя зависимости $p(x)$ для различных скоростей удара, мы нашли отношение толщин ударника при различных скоростях к толщине при скорости 800 км/с, L_{800} (рис. 2). Приняв наложение кривых $p(x)$ как определение «эквива-

лентности на поздней стадии», мы нашли параметры C и μ в уравнении (1) для каждого материала. Для УС Тиллотсона с эффективным значением $\gamma = 1,5$ вблизи предельного сжатия $\mu \sim 1,55$ при наибольших скоростях удара. С понижением скорости удара переход к низкоскоростному значению $\mu = 1$ (следующего из закона сохранения импульса при неупругом ударе) начинается при неожиданно высоких скоростях удара $U \sim 5c_0$ (c_0 – скорость звука), и простое степенное описание «эквивалентности ударов» (1) перестает действовать.

Отклонение от простого степенного закона подобия (1) можно представить в виде «локального значения показателя степени» μ_{loc} , определив его как

$$\mu_{loc} = d(\ln C)/d(\ln U) \quad (3)$$

и построив его зависимость от скорости удара, нормированной на скорость звука, U/c (рис. 5). Здесь хорошо виден переход от низкоскоростного режима ($\mu_{loc} = 1$) к высокоскоростному режиму ($\mu_{loc} \sim 1,55$ для УС Тиллотсона), который несколько зависит от ударной адиабаты конкретного вещества (см. приведенные выше соотношения U_s/U_p).

Выводы

Широко используемая концепция «эквивалентности на поздней стадии» (не очень точно именуемая часто «точечным источником» - «point source solution») даже для плоского удара оказывается, в строгом смысле, лишь приближением к «реальным» решениям, не дающим простых степенных соотношений для затухания давления даже при ультравысоких скоростях удара. Даже для ударника и мишени с УС идеального газа с постоянной γ затухание ударной волны с расстоянием выходит на степенной закон только на удалении в 50 толщин ударника. Для уравнений состояния конденсированного вещества затухание давления на фронте ударной волны с расстоянием не следует в точности простому степенному закону в практически полезных интервалах давления.

Работа выполнена по программе Президиума РАН 1.9П «Экспериментальные и теоретические исследования объектов Солнечной системы и планетных систем звезд» (проект № 0146-2015-00060).

Литература

- Динес, Д., Уолли Дж.Л. Теория удара: некоторые общие принципы и метод расчета в эйлеровых координатах / Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973. С. 49–111.
- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высоко-температурных гидродинамических течений: изд. 2. М.: Наука, 1966. 686 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
- Рае У. Аналитическое исследование распространения ударных волн, порожденных ударом (обзор и новые результаты) / Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973. С. 220–298.
- Amsden A.A., Ruppel H.M., Hirt C.W. SALE: A simplified ALE Computer Program for Fluid Flow at All Speeds // Los Alamos Laboratory Report LA-8095Rep. 1980. 101 p. Los Alamos, NM.
- Chou P.C., Allison F.E. Strong Plane Shock Produced by Hypervelocity Impact and Late-Stage Equivalence // J. Appl. Phys. 1966. V. 37. P. 853–860.
- Chou P.C., Burns B.P. Late-stage equivalence in one-dimensional impacts // J. Appl. Phys. 1967. V. 38(2). P. 553–560.
- Holsapple K.A. The scaling of impact processes in planetary sciences // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 1993. V. 21. P. 333–373.

Holsapple K.A., Schmidt R.M. Point source solutions and coupling parameters in cratering mechanics // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. P. 6350–6376.

Ivanov B.A., Melosh H.J., Pierazzo E. Basin-forming impacts: Reconnaissance modeling / Ed. by R.L. Gibson, W.U. Reimold // GSA Special Papers 465. 2010. P. 29-49. Geol. Soc. of America, Boulder, Colorado, USA.

Schmidt R.M., Housen K.R. Some Recent Advances in the Scaling of Impact and Explosion Cratering // International Journal of Impact Engineering. 1987. V. 5. P. 543–560.

Thompson S.L., Lauson H.S. Improvements in the Chart-D radiation hydrodynamic code III: Revised analytical equation of state Rep. SC-RR-71 0714, SC-RR-71 0714, 0119 pp. Sandia Laboratories, Albuquerque, NM. 1972.

Tillotson J.H. Metallic equations of state for hypervelocity impact Rep. 1962. 137 p. General Atomic Report GA-3216.