

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЙСМОГЕНЕРИРУЮЩИХ ПОДВИЖЕК НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ RATE-STATE ЭКСПЕРИМЕНТОВ МЕЖБЛОКОВОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

*В.Ю. Риза<sup>2</sup>, С.Б. Турунтаев<sup>1,2,3</sup>, А.А. Остапчук<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>ИДГ РАН, <sup>2</sup>ВНИИА, <sup>3</sup>МФТИ

Рассматриваются различные варианты закона трения типа rate-state применительно к данным лабораторных экспериментов по скольжению блоков под действием нормальных и сдвиговых напряжений. Показано, что оптимальным является двухпараметрический закон трения. Для воспроизведения в расчете не только распределения динамических подвижек во времени, но и формы импульса при подвижке, необходимо использование закона трения с дополнительным слагаемым в виде аналога динамической вязкости. Посредством множественных расчетов удалось найти оптимальные значения параметров, обеспечивающих минимизацию различий между экспериментом и численным результатом как по форме импульсов, так и по повторяемости событий, регистрируемых в лабораторных экспериментах.

DOI

### Введение

Задача моделирования и прогнозирования развития сейсмических процессов (как естественных, так и индуцированных) становится все более актуальной. Это связано с появлением все большего количества фактов негативного влияния деятельности человека на процессы в недрах Земли и с необходимостью оценки последствий такого воздействия при добыче углеводородов, использовании геотермальной энергии и др. [McGarr et al., 2002; Ellsworth et al., 2015]. Прогресс в данном направлении обуславливается накоплением наблюдательных данных, в том числе сейсмических, и ростом вычислительных возможностей. В настоящее время в качестве основного принципа предотвращения катастрофических техногенных землетрясений используется так называемый «светофорный» принцип [Bommer et al., 2006], согласно которому воздействие должно быть прекращено, если магнитуда индуцированных сейсмических событий превысит некоторое пороговое значение (обычно порядка 3). К примеру, из-за возникновения сейсмичности в результате закачки воды на глубину более 5 км с целью использования геотермальной энергии в районе г. Базель [Håring et al., 2008] пришлось данный проект закрыть, что привело к значительным убыткам (порядка 100 млн евро). Умение прогнозировать «ответ» недр на воздействие могло бы позволить выбрать условия (место, режим закачки и пр.), при которых закрытие проекта не произошло бы.

Успешное решение задачи прогноза реакции недр на техногенное воздействие требует развития новых теоретических представлений и разработки на их основе численных моделей. Сложность адекватного описания процессов, приводящих к возникновению сейсмичности, связана, в частности, с недостаточной изученностью

блоковой структуры земной коры на различных масштабах. Даже с использованием современных геофизических методов достаточно сложно оценить геометрические и механические параметры разломов.

Важным также является выбор модели, адекватно описывающей эволюцию силы трения на берегах разлома по мере его скольжения. Именно вид этой зависимости в значительной мере определяет динамику скольжения разломов и возможную сейсмичность.

В настоящее время широкое распространение получил эмпирический закон трения rate-and-state [Dieterich, 1979]. Популярность этого подхода объясняется тем, что удается описывать достаточно широкий спектр движений – от прерывистого сейсмогенерирующего скольжения до непрерывного скольжения. Практически единственным способом проверить корректность закона трения и подобрать его параметры являются лабораторные исследования, результаты многих из которых достаточно хорошо описываются с использованием закона rate-state. Но все же классическая форма закона трения rate-state не позволяет описывать некоторые особенности и виды движений, в частности, так называемые «медленные» землетрясения.

В статье представлены результаты расчетов по различным модификациям закона трения типа rate-state. На основе сопоставления результатов численных расчетов и данных эксперимента [Кочарян и др., 2014; Kocharyan et al., 2014] делаются выводы о степени применимости на практике различных модификаций закона трения.

### Закон трения

В качестве модели, описывающей движение по разломам, выбрана модель rate-and-state, которая предполагает зависимость коэффициента трения от скорости перемещения берегов разломов и может использоваться для описания как несейсмичной, так и сейсмичной фаз скольжения. Наибольшей популярностью пользуется однопараметрический вариант уравнения rate-and-state, предложенный в работах [Dieterich et al., 1979; Ruina et al., 1983; Будков и др., 2015; Budkov, Kocharyan, 2017]:

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{v}{v^*}\right) + b \ln\left(\frac{v^* \theta}{L}\right) \quad (1)$$

где  $\mu$ ,  $\mu_0$  – коэффициенты трения движения и покоя,  $v$  – скорость скольжения;  $a$ ,  $b$ ,  $v^*$  и  $L$  – параметры,  $\theta$  – переменная состояния, значение которой характеризует состояние скользящих поверхностей и эволюция которой во времени определяется уравнением:

$$\dot{\theta} = 1 - \ln\left(\frac{v\theta}{L}\right) \quad (2)$$

Переменная состояния имеет размерность времени и может интерпретироваться, как характерное время жизни шероховатости, а соответствующая форма закона трения называется законом в форме «старения». Помимо (2) существуют и другие уравнения состояния, например например:

$$\dot{\theta} = -\frac{v\theta}{L} \ln\left(\frac{v\theta}{L}\right) \quad (3)$$

Или как в работе [Gu et al., 1984]:

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{v}{v^*}\right) + \theta \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{v}{L} \left[ \theta + b \ln\left(\frac{v}{v^*}\right) \right] \quad (5)$$

Там же предложен двухпараметрический вариант закона трения:

$$\mu = \mu_0 + a \ln\left(\frac{v}{v^*}\right) + \theta_1 + \theta_2 \quad (6)$$

$$\dot{\theta}_i = -\frac{v}{L_i} \left[ \theta_i + b_i \ln\left(\frac{v}{v^*}\right) \right] \quad (7)$$

В работе [Gu et al., 1984] приведен пример экспериментальных данных, которые не получается описывать в рамках однопараметрического закона, и возникает необходимость использовать двухпараметрический. Стоит отметить, что наблюдаемые как в природе, так и в лабораторных экспериментах, процессы скольжения обычно характеризуются хаотическим (апериодическим) движением.

Описание такого типа движений в широком диапазоне значений определяющих параметров возможно в рамках двухпараметрического закона [Tuguntaev, Riga, 2017]. На рис. 1 представлены значения безразмерных параметров в двухпараметрическом законе ( $\beta_1 = B_1/A$ ,  $\beta_2 = B_2/A$ ,  $\rho = L_1/L_2$ ), при которых наблюдается хаотическое движение. Общее количество расчетов составляет 45500 (в диапазонах параметров, указанных на графиках), начальные параметры расчетов были выбраны случайным образом. Если  $\rho = 1$ , то 2-х параметрический закон трения вырождается в однопараметрический, соответственно, чем значение этого параметра ближе к 1, тем меньше различаются двух- и однопараметрический законы. Из

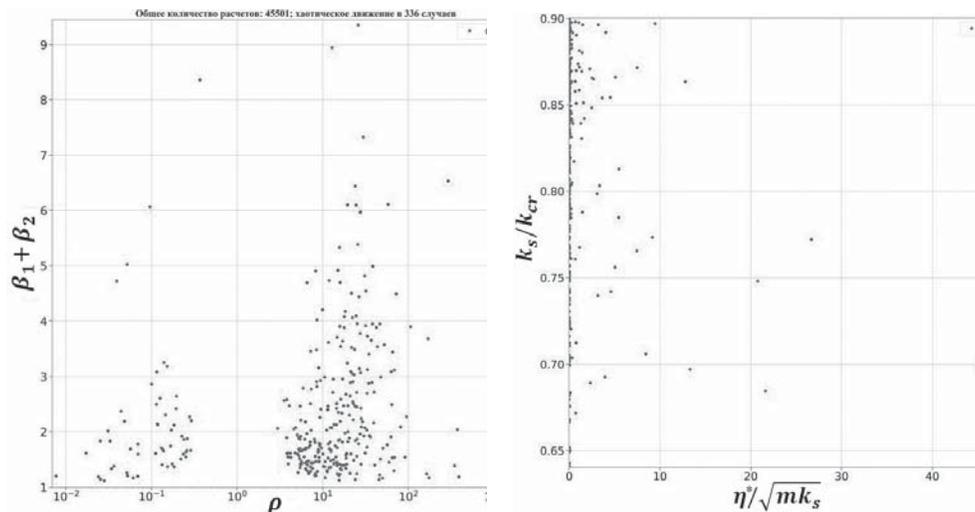


Рис. 1. Значение безразмерных параметров, при которых наблюдается хаотическое движение

представленного графика видно, что хаотическое движение возникает, если различие между  $L_1$  и  $L_2$  достаточно велико (более 5 раз).

Результаты выполненного численного моделирования показали, что конкретная форма закона трения не столь важна в том смысле, что каждая из форм позволяет описать один и тот же спектр движений. Более того, даже формы эюр скорости блока при одних и тех же значениях параметров достаточно похожи.

Основная проблема заключается в том, что данные «классические» законы трения не позволяют описывать медленные события. Поэтому была рассмотрена модификация закона трения путем введения дополнительного члена типа вязкости и изменением закона эволюции параметра  $\theta$  [Budkov et al., 2017; Kato et al., 2001]:

$$\tau = \tau_* + \sigma_n \left( a \ln \left( \frac{v}{v^*} \right) + \theta_1 + \theta_2 \right) + \eta^* v \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_i = e^{\frac{v}{v_c}} - \frac{v}{L_i} \left[ \theta_i + b_i \ln \left( \frac{v}{v^*} \right) \right] \quad (9)$$

здесь для удобства введена переменная  $\eta^* = \eta/l$ , где  $l$  – ширина межблокового контакта,  $\eta$  – динамическая вязкость межблокового контакта.

### Численный анализ законов трения

Ранее упоминалось, что конкретная форма закона трения не столь важна. Это хорошо видно на рис. 2, законы трения были взяты в форме (1–2) и (4–5) – оба в двухпараметрическом виде, оба в двухпараметрическом виде с добавкой в виде вязкого слагаемого, о котором будет сказано далее.

На рис. 3 представлено изменение эюры скорости по мере изменения параметра  $v_c$  из уравнения (9), на рис. 4 – при изменении параметра  $\eta^*$ , на рисунках 5 и 6 представлена зависимость характеристик скачка перемещений от параметра вязкости.

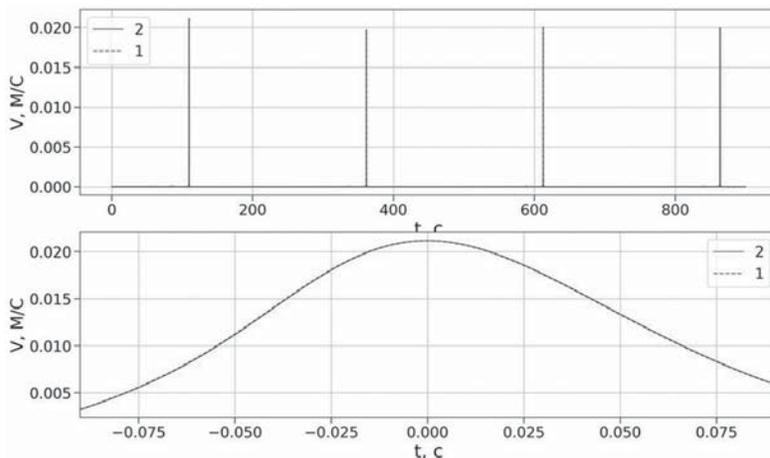


Рис. 2. Эюра скорости блока для одних и тех же значениях параметров. 1 – закон в форме (1–2), 2 – (4–5) в двухпараметрическом варианте с добавлением вязкого слагаемого

Как видно на рис. 3, новый параметр оказывает слабое влияние на ширину пика скорости, при этом значительно влияет на пиковое значение скорости. Помимо этого была предпринята попытка подобрать такие значения параметров законов трения в рамках данной модели, которые позволили бы описать движение блока, наблюдаемое в лабораторных экспериментах. Результаты численного моделирования показали, что данная модель не дает удовлетворительных результатов.

Как видно из рис. 4–6, модификация закона трения в виде введения дополнительного слагаемого позволяет достаточно эффективно изменять ширину пика

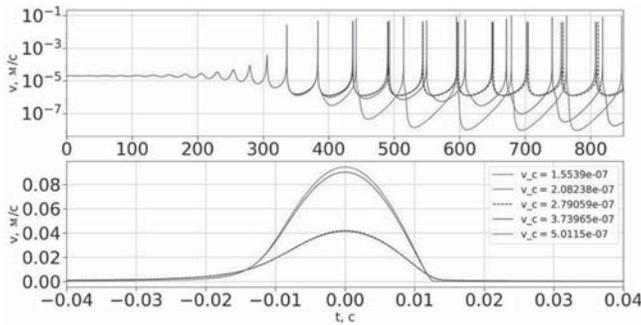


Рис. 3. Зависимость профиля пика скорости от  $v_c$  при неизменных других параметрах

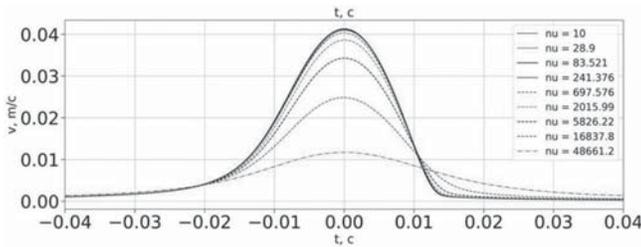


Рис. 4. Зависимость профиля пика скорости от  $\eta^*$  при неизменных других параметрах

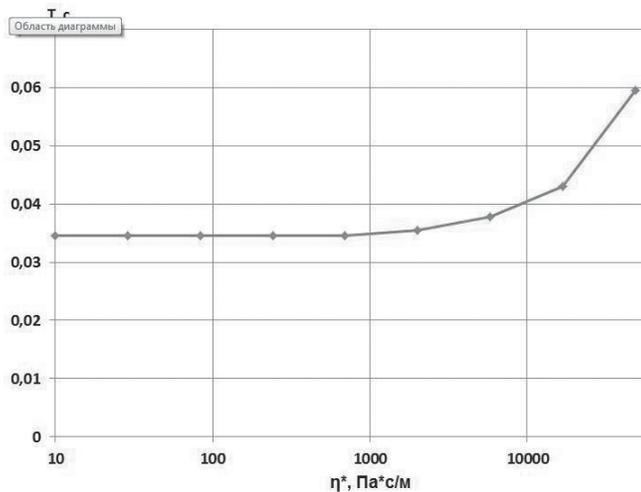


Рис. 5. Зависимость ширины пика скорости от приведенной вязкости  $\eta^*$

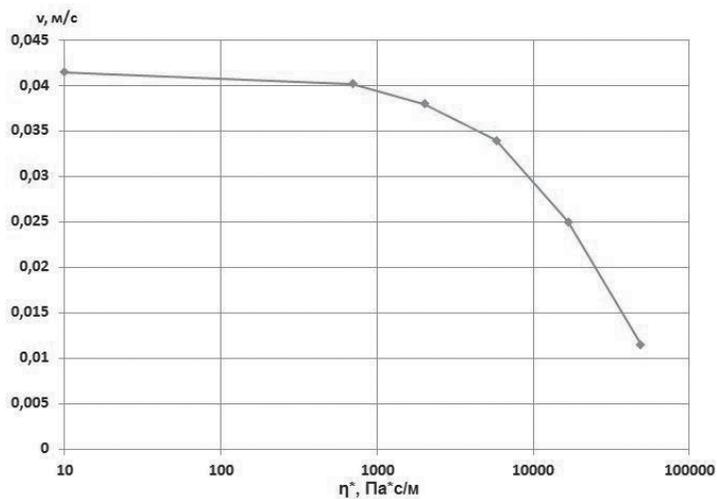


Рис. 6. Зависимость пиковой скорости от вязкости  $\eta^*$

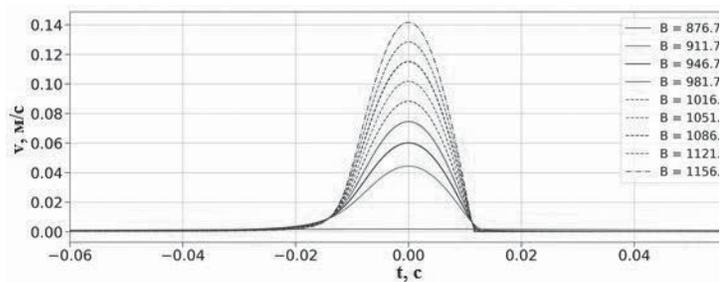


Рис. 7. Изменение эпюры скорости по мере изменения параметра  $B$  для однопараметрического закона трения

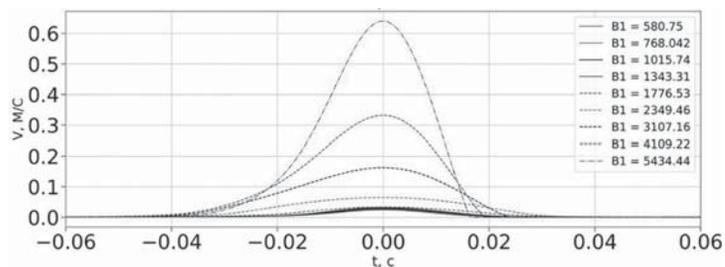


Рис. 8. Изменение эпюры скорости по мере изменения только  $B_1$  для двухпараметрического закона трения. Во всех случаях  $B_2 = 901$  Па

скорости, «растягивая» его по мере увеличения параметра вязкости. Так же уменьшается максимальная скорость. Так как параметры  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  в основном влияют на амплитуду, но не на длительность импульса, использование вязкого слагаемого позволяет достаточно эффективно «подстраиваться» под конкретную эпюру скорости. По этим причинам именно данная модификация закона трения будет в дальнейшем использоваться для воспроизведения данных лабораторных измерений.

Отметим еще одно преимущество двухпараметрического закона трения по сравнению с однопараметрическим. Для этого обратимся к рис. 7 и 8. Величины  $B_1 + B_2$  и  $B$  имеют один и тот же смысл для однопараметрического и двухпараметрического законов трения, и при  $B_1 = B_2$  двухпараметрический закон вырождается в однопараметрический. Если менять  $B_1$  и  $B_2$  так, чтобы сохранять соотношение между ними, то это будет аналогично изменению  $B$  в однопараметрическом законе. Рис. 7 демонстрирует эпюры скорости для однопараметрического закона, а рис. 8 – для двухпараметрического при изменении параметра  $B$  и  $B_1$  соответственно. Эти графики демонстрируют, что наличие двух параметров, в отличие от одного, позволяет менять соотношение ширины между передним и задним фронтом пика скорости, то есть менять форму пика. При некоторых условиях и в случае однопараметрического движения можно менять форму скачка с изменением  $B$ , но при этом так же будет значительно меняться периодичность повторяемости событий.

### Лабораторные эксперименты

Рассматриваются эксперименты, описанные в [Кочарян и др., 2014; Kocharyan et al., 2014; Кочарян, 2016]. Рассмотрим две серии экспериментов: с наполнителем, содержащим глину, и содержащим соль (табл. 1). Задачей является верификация закона трения на основе лабораторных исследований. Можно выделить две подзадачи: 1 – воспроизведение формы скачка; 2 – воспроизведение повторяемости «событий».

Таблица 1

#### Заполнители в различных экспериментах

Номер эксперимента	Наполнитель
NaCl(%) + тальк	
1	80%
2	50%
3	55%
Глина (увлажненная)	
1	25%
2	26%
3	30%

В рамках предложенной модели 1-я подзадача является приоритетной. 2-я подзадача может быть для некоторых экспериментальных данных невыполнимой в силу нескольких обстоятельств: возможность хаотического движения, обусловленного использованием двухпараметрического закона трения, нивелируется введением слагаемого в виде вязкости, который вносит «упорядочивающее» влияние (рис. 1). По мере увеличения безразмерного параметра  $\bar{\eta} = \eta^* / \sqrt{km}$  частота встречи хаотических событий становится все меньше и меньше, а при значениях этого параметра более нескольких десятков их вовсе не наблюдается. Тем не менее, как будет показано далее, периодическое движение вполне воспроизводимо.

Если рассматривать модель, в которой нет вязкого слагаемого, а последнюю добавку рассматривать как модификацию модели (ее возмущение), одним из определяющих параметров является критическая жесткость пружины – то значение, при превышении которого движение становится стабильным. В работах [Rice et al., 1983; Gu et al., 1984] получено значение критического значения для случая блока пренебрежимо малой массы, но аналогично может быть получено выражения и в общем случае:

$$k_{cr} = \frac{2A}{L_1 + L_2} \left( \frac{mv^2}{L_1 A} (\rho + 1) + 1 \right) \left[ \frac{(\beta_1 - 1) + \rho^2 (\beta_2 - 1) + 2\rho(\beta_1 + \beta_2 - 1) + \sqrt{[(\beta_1 - 1) + \rho^2 (\beta_2 - 1)]^2 + 4\rho^2 (\beta_1 + \beta_2 - 1)}}{4\rho} \right] \quad (10)$$

При постепенном уменьшении отношения  $k/k_{cr}$  от 1 до числа, близкого к 0, максимальная скорость возрастает, его длительность становится меньше и количество событий на единицу времени увеличивается. Так как жесткость пружины задана, то это отношение может регулироваться за счет изменения параметров закона трения.

В соответствии с вышесказанным, параметры для воспроизведения лабораторных данных выбирались следующим образом: сначала производились множественные расчеты с произвольным набором значений параметров, но таким, чтобы отношение  $k/k_{cr}$  лежало в определенном интервале (в зависимости от конкретного случая). Значение величины  $\eta^*$  так же выбирался или относительно малым (от 0.1 до  $\sim 10^4$ ), или относительно большим (от  $10^4$  до  $10^8$ ) в зависимости от ситуации. Так, например, если событий мало и их длительность невелика, то  $\eta^*$  достаточно взять малым. Затем, после проведения расчетов, выбирались наилучшие «кандидаты», и, с учетом известной зависимости параметров пика скорости от параметров закона трения, результат постепенно улучшался (минимизация невязок с экспериментальными данными).

Результаты представлены на рисунках 9–11 и в табл. 2. В случае 1-го эксперимента с NaCl удалось достаточно хорошо воспроизвести как форму, так и повторяемость скачков перемещений (рис. 9). При этом временной интервал между двумя интенсивными событиями достаточно большой, соответственно в данном случае

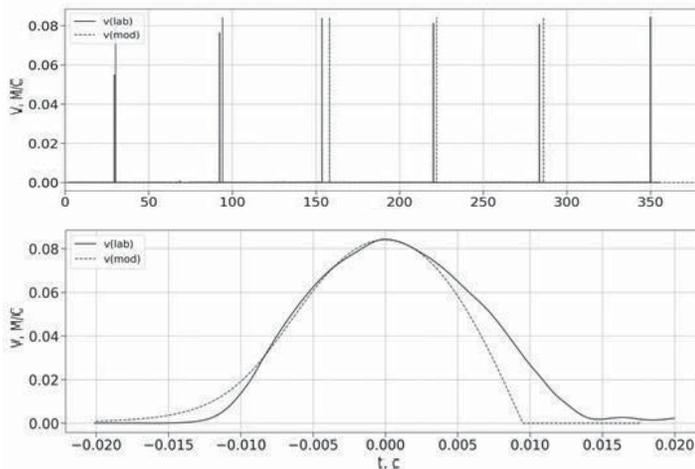


Рис. 9. Профиль скорости. Лабораторные данные и модель: NaCl, эксперимент 1

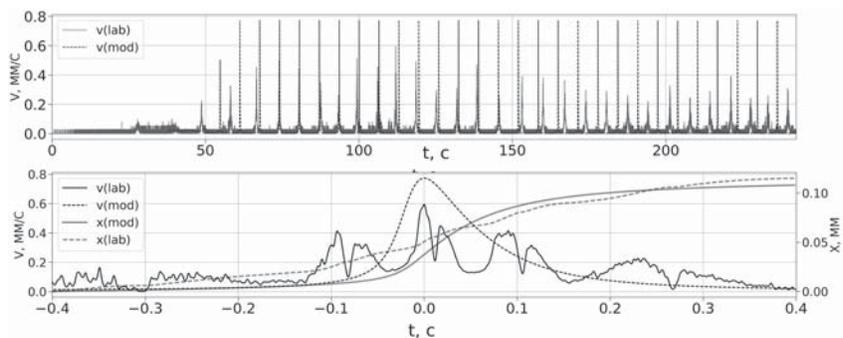


Рис. 10. Профиль скорости. Лабораторные данные и модель: NaCl, эксперимент 2

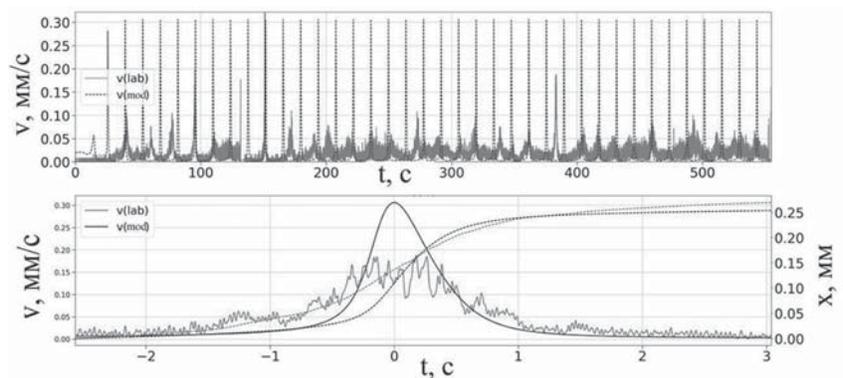


Рис. 11. Профиль скорости. Лабораторные данные и модель: увлажненная глина, эксперимент 3

Таблица 2

**Значения параметров для модели, позволяющих воспроизводить экспериментальные данные**

NaCl	1 эксперимент	2 эксперимент	3 эксперимент
A, Па	125.5	261.382	941,8
$B_1$ , Па	90.9	558.9	1089.5
$B_2$ , Па	507.1	351.4	50.2
$L_1$ , Па	$3,87 \cdot 10^{-8}$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	$1,43 \cdot 10^{-5}$
$L_2$ , Па	$5,57 \cdot 10^{-5}$	$4,98 \cdot 10^{-6}$	$1,72 \cdot 10^{-7}$
$\eta^*$ , Па с/м	268.272	$5,23 \cdot 10^5$	$1,29 \cdot 10^6$
$k_s/k_{cr}$	0.735	0.34	0.45
Увлажненная глина	1 эксперимент	2 эксперимент	3 эксперимент
A, Па	522.7	696.1	611.4
$B_1$ , Па	270.5	192	390.4
$B_2$ , Па	551.5	901.5	482.7
$L_1$ , Па	$3,55 \cdot 10^{-7}$	$3,48 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-5}$
$L_2$ , Па	$5,78 \cdot 10^{-5}$	$3,79 \cdot 10^{-5}$	$2,03 \cdot 10^{-8}$
$\eta^*$ , Па с/м	142.7	$2,24 \cdot 10$	$2,07 \cdot 10^6$
$k_s/k_{cr}$	0.839	0.8	0.41

значение  $k/k_{cr}$  недалеко от 1, но меньше  $\sim 0.8$  (табл. 2) – это то значение, с которого прекращается режим прерывистого скольжения.

В остальных случаях в силу апериодичности движения удалось воспроизвести лишь форму импульса скорости, а так же среднюю повторяемость событий. Из-за ввода вязкости в расчетах не удастся получить хаотическое движение.

Таким образом, показано, что, основываясь на информации о характеристиках скольжения блока (повторяемость событий, их длительность и интенсивность), можно «выбрать» или откорректировать предварительно выбранные параметры расчетной модели так, чтобы наиболее успешно воспроизвести наблюдаемое движение.

### Выводы

Исследовались различные виды и модификации закона трения типа *rate-and-state*. На основании численного моделирования выявлены характерные особенности различных законов трения: возможность описания двухпараметрическим законом трения хаотического движения, влияния параметров закона трения на форму профиля скорости; зависимость параметров профиля пика скорости от величины дополнительного вязкого слагаемого; факт уменьшения частоты встречаемости хаотического движения по мере увеличения вязкого слагаемого. Показаны преимущества двухпараметрической формы закона трения. Выбран тип модификации модели, который позволяет описывать медленные события, а так же конкретные типы движений, наблюдаемых в экспериментах. В результате аппроксимации данных экспериментов моделью получены основные факторы, которые надо учитывать при определении параметров модели трения: величина пиковой скорости, ширина пика скорости, соответствующее смещение блока, средний период повторяемости событий. Полученные результаты могут быть в дальнейшем использованы при моделировании природных систем, в частности, при определении или выборе характерных значений параметров закона трения. Так, основываясь на том, является ли скольжение разлома стабильным или нет, каковы характерные скорости скольжения, повторяемость эпизодов скольжения и их длительность, и основываясь на полученных зависимостях этих характеристик от параметров модели трения и численной модели, можно дать оценку параметрам модели.

*Работы проводились при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-05-00869) и в рамках гос. задания ИДГ РАН (проект № 0146-2017-00011).*

### Литература

*Кочарян Г.Г., Кишкина С.Б., Новиков В.А. и др.* Медленные перемещения по разломам: параметры, условия возникновения, перспективы исследований // Геодинамика и тектонофизика, 2014, 5 (4), с. 863–891.

*Кочарян Г.Г.* Геомеханика разломов. М.: ГЕОС, 2016, – 424 с.

*Bommer J.J., Oates S.J., Cepeda M., Lindholm C., Bird J., Torres R., Marroquín G., Rivas J.* Control of hazard due to seismicity induced by a hot fractured rock geothermal project // Engineering Geology, 2006. 83, 287–306.

*Budkov, A. M., Kocharyan, G.G.* Experimental Study of Different Modes of Block Sliding along Interface. Part 3. Numerical Modeling Physical Mesomechanics 2017. V. 20, № 2, p. 203–208. DOI: 10.1134/S1029959917020102.

*Dieterich, J.H.* Modeling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive // J. Geophys. Res., 1979, 84(B5), 2161–2168.

*Ellsworth W., Llenos A., McGarr A., Michael A., Rubinstein J., Mueller C., Petersen M., Calais E.* Increasing seismicity in the U.S. midcontinent: Implications for earthquake hazard // The Leading Edge, 2015, 34(6), 618–626, doi:10.1190/tle34060618.1.

*Gu J.C., Rice J.R., Tse S.T.* Slip motion and stability of a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1984, 32(3), 167–196.

*Häring M.O., Schanz U., Ladner F.* Characterisation of the Basel 1 enhanced geothermal // Geothermics, 2008, Volume 37, Issue 5, 469–495.

*Kato N., Tullis T.E.* A composite rate-and state dependent law for rock friction // Geophys. Res. Lett., 2001, 28(6), 1103–1106.

*Kocharyan G.G., Markov V.K., Ostapchuk A.A. et al.* Mesomechanics of shear Resistance along a Filled Crack // Phys Mesomech, 2014, 17(2), 123–133.

*McGarr A., D. Simpson, L. Seeber.* Case histories of induced and triggered seismicity // W.H.K. Lee and H. Kanamori, eds., International handbook of earthquake and engineering seismology: Academic Press, 2002, 81A, 647–660.

*Rice J.R., Ruina A.L.* Stability of steady frictional slipping // J. Appl. Mech., 1983, 50(2), 343–439.

*Ruina A.* Slip instability and state variable friction laws // J. Geophys. Res., 1983, 88 (B12), 10359–10370.

*Sergey B Turuntaev, Vasily Y Riga.* Non-linear effects of pore pressure increase on seismic event generation in a multi-degree-of-freedom rate-and-state model of tectonic fault sliding. // Nonlin. Processes Geophys., 2017, 24, 215–225, doi:10.5194/npg-24-215-201